

Aimer les maths, un pari fou?



Mal aux maths? Ça se soigne!

Que représentent les mathématiques pour vous? Une évidence? Ou, à l'inverse, une «matière» pas tout à fait (ou même pas du tout) intégrée? Quel rapport entretenez-vous avec elles? Comment les enseignez-vous?

.....
Nicole Rohrbach, rédactrice en chef

Ma relation aux mathématiques a commencé comme une belle histoire: un genre d'émervaillement à déchiffrer, à d'abord apprendre que $1 + 1 = 2$, et cela, que l'on compte des pommes, des camarades, des sous ou des étoiles. Rassurant.

La relation a grandi, sereine, pendant quelques années, nourrie par exemple de notions comme les nombres premiers, l'infini qui donne le tournis ou le zéro qui – oui! – peut diviser, surtout au moment du partage des bonbons.

Le rapport s'est gâté lorsqu'est venu le temps des affirmations qu'il n'était pas question de discuter – c'est comme ça et pas autrement. Le temps des théorèmes, donc, des formules qu'il aurait dû suffire d'appliquer pour arriver au résultat voulu, attendu, évalué, noté. D'accord, mais... quand on ne comprend pas? Résultat faux, et faux et faux encore. Et c'est la moyenne annuelle qui en prend un coup.

La relation est ainsi devenue conflictuelle, en silence, face à un enseignant qui ne comprenait pas qu'on ne

comprene pas, même en insistant. Pythagore? J'aurais bien aimé en savoir davantage sur sa vie.

J'étais devenue nulle en maths.

Ou presque nulle, plutôt. En passant mon permis de conduire, à la leçon du parcage, l'instructeur m'a dit: il y a 50 centimètres de marge. En entendant le «bang» juste après, j'ai immédiatement saisi toute la relativité des proportions, plus ou moins exponentielles, selon que l'on est au volant ou... pas.

En posant la question *Aimer les maths, un pari fou?*, le comité de rédaction de l'Éducateur espérait que ce pari puisse être relevé. Il n'a pas été déçu.

Oui, on peut aimer les maths, les faire aimer, les faire comprendre, en s'amusant, en s'enthousiasmant. Et même en se trompant. Ce numéro spécial vous en convaincra.

Bonne lecture.

impresum /

Numéro spécial 2019 | 24 mai 2019

Dessin de couverture: Amanda, École secondaire du Val Terbi

Prix: Fr. 10.– / **Tirage:** 7000 exemplaires

Rédaction: Av. de la Gare 40 / CP 416 / 1920 Martigny 1
027 723 58 80 / redaction@revue-educateur.net

Rédactrice en chef: Nicole Rohrbach / 078 742 26 34

Éditeur: Syndicat des enseignants romands
CP 899 / 1920 Martigny

Comité de rédaction: Simone Forster / Christian Yerly
Etiennette Vellas / Nicolas Perrin / José Ticon / Yviane Rouiller / Yann Volpé / Catherine Audrin

Impression: Juillerat Chervet SA
Rue de la Clef 7 / 2610 Saint-Imier / 032 942 39 10

Abonnements: 12 numéros (TVA comprise)
Suisse: Fr. 100.– (étudiants: 66.–) / Étranger: Fr. 125.–

Les dessins qui animent les pages de ce numéro spécial ont été réalisés par les élèves de Liza Vadénoff, de l'École primaire de Delémont, et par les élèves de Pascale Tabacchino et Milena Wolff, de l'École secondaire du Val Terbi (Viques), avec comme consigne «les maths, c'est quoi?». Un grand merci à toutes et tous pour leur participation enthousiaste.

Les textes sont de la responsabilité de leur(s) auteur-e(s) Ils ne reflètent pas forcément l'avis de la rédaction. Tous droits de reproduction interdits sans autorisation de l'éditeur.

Changements d'adresse, abonnements, commandes de numéros:

Educateur / CP 416 / 1920 Martigny
027 723 58 80 / secretariat@revue-educateur.net

sommaire /

Aimer les maths, un pari fou?

- 2 Les maths: ça passe ou ça casse?
- 4 J'aime quand je comprends
- 5 Stop au *math bashing*!
- 7 Femmes et mathématiques: quel genre de problèmes?
- 10 L'indicible beauté des mathématiques?

en aparté

- 12 Mathématiques et musique: plus qu'un accord, une harmonie de sens...
- 15 Je vous préviens, je déteste les maths!
- 18 L'examen de maths, un défi pour accéder à un autre monde
- 20 Des mathématiques pour enseigner... avec plaisir?
- 22 L'angle mort de l'intuition

en aparté

- 25 Par amour des maths
Contester la mathématisation du monde
- 27 Une petite fable théâtrale sur la beauté des objets mathématiques et sur le plaisir de les apercevoir
- 31 La géométrie qui bouge et remue les méninges
- 34 Applaudir les polygones! Interroger l'activité d'apprendre quand elle se fait joie de vivre

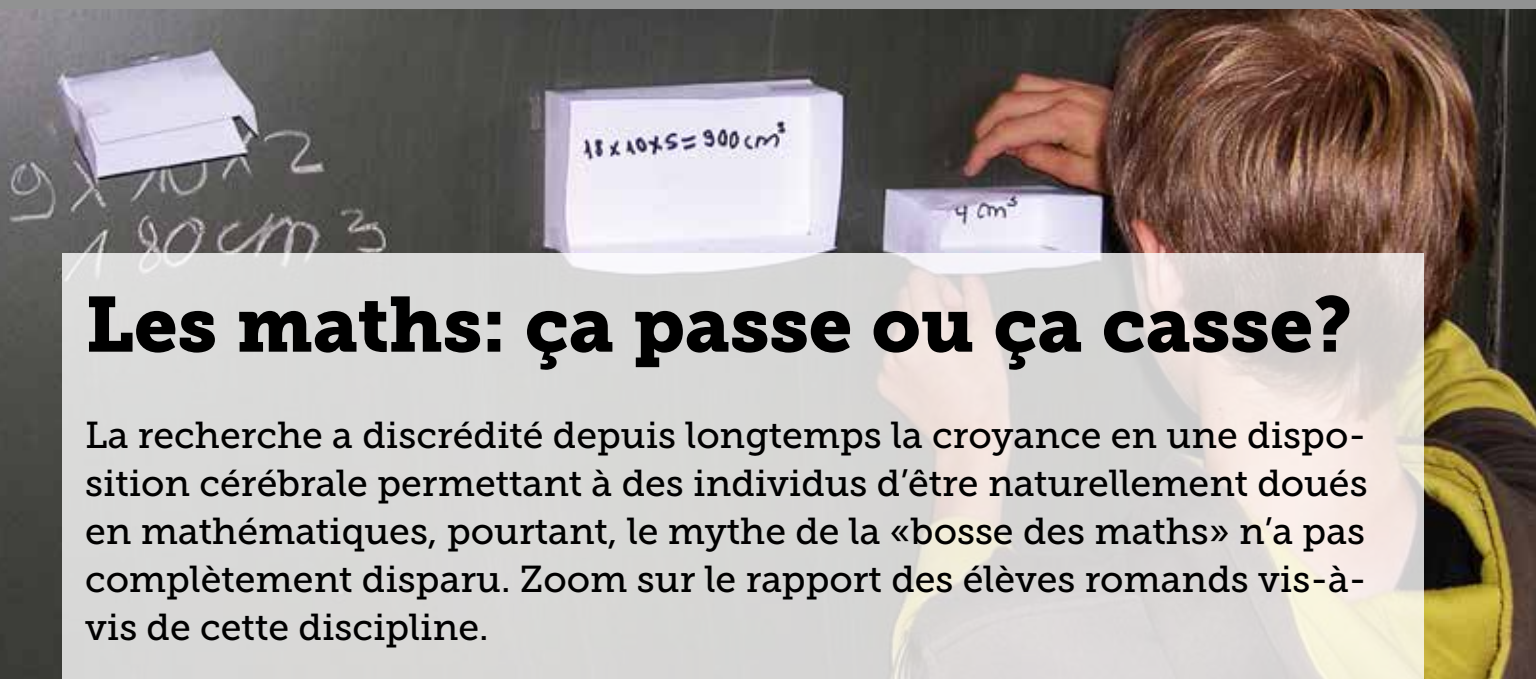
- 37 Jouer pour développer les compétences mathématiques des jeunes élèves
- 40 Des jeux mathématiques pour aimer les maths follement...
- 42 *Mathis!*
- 45 Souvenirs d'un instituteur qui aimait (apprendre à) calculer
- 50 S'appuyer sur les conceptions intuitives des élèves pour aller au-delà

en aparté

- 53 C'était à nous de trouver une manière de faire...
- 54 Le *suan pan* pour soutenir le *tanoshimi* de manabu...
- 56 Voulez-vous jouer à l'ethnologue avec moi?
- 60 Méthode visuelle de multiplication
- 62 Un concours de math?

en aparté

- 64 Humour: amuse-bouche ou plat principal?
- 65 Sitographie



Les maths: ça passe ou ça casse?

La recherche a discrédité depuis longtemps la croyance en une disposition cérébrale permettant à des individus d'être naturellement doués en mathématiques, pourtant, le mythe de la «bosse des maths» n'a pas complètement disparu. Zoom sur le rapport des élèves romands vis-à-vis de cette discipline.

Sonia Revaz, doctorante à la Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation de l'Université de Genève

Au-delà de l'expression utilisée dans le langage courant, la conviction d'être «plutôt chiffres» ou «plutôt lettres» est toujours fortement répandue. Chaque expérience scolaire est marquée par un attrait pour une discipline scolaire particulière. Toutefois, dans le sens commun, la conviction d'une prédisposition naturelle pour un champ disciplinaire constitue parfois un alibi mobilisé pour légitimer des difficultés dans un autre domaine. Cette déresponsabilisation va souvent de pair avec un penchant peu développé pour la discipline en question: tout se passe comme si le fait de ne pas être intéressé·e pouvait justifier un faible niveau, voire un échec. Face aux autres disciplines scolaires, les mathématiques représentent l'un des domaines les plus tranchés (Hatchuel, 2000): soit on aime, soit on n'aime pas. Et quand on n'aime pas, les mathématiques ont la réputation de provoquer de l'anxiété, voire des blocages considérables dans le parcours des élèves. «Nombreux sont les échecs scolaires qui leur sont imputables [aux mathématiques] et, de surcroît, la compréhension profonde des notions, théories et formules mathématiques ainsi que leur maniement à des fins de résolution de problèmes semblent être le lot d'une minorité érigée de ce fait en élite» (Crahay *et al*, 2008, p. 11). La relation des élèves vis-à-vis des mathématiques et la façon dont elles sont enseignées soulèvent, par conséquent, des questionnements qui constituent une réelle préoccupation dans de nombreux systèmes éducatifs. En dépit des travaux consacrés aux questions pédagogiques, la recherche a montré que le plaisir d'apprendre et l'engagement dans les apprentissages des élèves en mathématiques pouvaient considérablement influencer leurs résultats. Un fort intérêt pour cette science est donc généralement associé à un bon niveau de compétences.

En Suisse, comme ailleurs, les mathématiques constituent un enjeu fondamental de l'école dans la mesure où elles permettent aux élèves de développer des compétences transversales et d'acquérir des outils de raisonnement indispensables à la vie quotidienne, en deçà et au-delà des frontières scolaires. En d'autres termes, un bon niveau en mathématiques favoriserait la maîtrise de l'ensemble des disciplines scolaires et aiderait à la compréhension de phénomènes du monde. En définitive, bien que tous les élèves ne se destinent pas à des professions qui reposent sur l'utilisation concrète des mathématiques, la compréhension de cette science est essentielle pour leur réussite scolaire, pour leur compréhension et interprétation du monde et pour leur vie professionnelle. Les retombées d'une bonne formation en mathématiques sont, par conséquent, non négligeables au regard de l'épanouissement personnel des élèves et de leur participation active à la société. Il est donc pertinent de questionner l'attitude et la réussite des élèves scolarisés en Suisse vis-à-vis de cette discipline.

Ce que montrent les enquêtes

Le développement d'enquêtes scientifiques sur l'efficacité des systèmes éducatifs depuis les années 1980 nous permet de disposer d'informations concernant l'évolution des compétences des élèves en mathématiques à l'échelle internationale. Dans le contexte de la Suisse romande, des enquêtes internes (réalisées à l'IRDP¹ notamment) et externes rendent compte des différences relatives à l'enseignement de cette discipline entre les cantons. Au rang des enquêtes externes, PISA² est peut-être l'enquête la plus médiatisée dans la presse locale. En soumettant un échantillon supplémentaire à celui de l'enquête opérée par l'OCDE, le

Consortium PISA Suisse a permis, entre 2000 et 2015, de récolter des informations approfondies concernant les systèmes scolaires des cantons. Bien que ces épreuves ne prennent en compte ni les plans d'études ni les objectifs d'apprentissages qu'ils visent, les analyses auxquelles elles aboutissent rendent compte des relations entre les compétences des élèves en 9e année, leurs caractéristiques individuelles et les contextes dans lesquels ils sont scolarisés.

Les enquêtes PISA Suisse sont distinctes des épreuves et des recherches cantonales; elles ne se réclament d'ailleurs pas de la même mission. Les premières s'attachent à évaluer l'efficacité externe des systèmes éducatifs en évaluant les compétences acquises à l'école et mobilisables dans la vie quotidienne. Elles ciblent par conséquent les retombées sociales et économiques des systèmes éducatifs. Les secondes visent, quant à elles, à mesurer leur efficacité interne, à travers l'atteinte des objectifs d'apprentissages (les travaux du SRED³ sur le canton de Genève et de l'URSP⁴ sur le canton de Vaud quant aux résultats aux épreuves cantonales notamment). Ainsi, elles constituent des sources d'informations complémentaires.

L'impact de l'anxiété

L'enquête PISA Suisse 2012 montre, par exemple, que la moyenne des élèves genevois en mathématiques est significativement inférieure à celle des autres cantons, à l'exception de Neuchâtel. Les réponses aux questionnaires contextuels permettent toutefois de nuancer ces résultats: l'écart de performances entre les élèves genevois-es et les élèves valaisan-ne-s et fribourgeois-es – qui ont les résultats les plus élevés – serait plus faible si leurs profils (aux niveaux du statut socioéconomique des parents, de la langue parlée à la maison, du sexe et du statut migratoire) étaient plus similaires (Nidegger, 2014). En outre, la mise en perspective des réponses à ces questionnaires avec les résultats aux épreuves renseigne de la relation entre l'attitude des élèves envers les mathématiques (intérêt et anxiété) et leurs performances.

Si l'on zoome sur les résultats des cantons romands à l'enquête 2012, on constate que l'attitude face aux mathématiques n'a pas le même impact dans tous les cantons. Par exemple, le niveau d'anxiété vis-à-vis de cette discipline est plus important à Genève que dans les cantons de Fribourg, Valais et Vaud. Toutefois, l'anxiété impacte davantage les compétences des élèves fribourgeois-es et vaudois-es que les élèves genevois-es et valaisan-ne-s. En d'autres termes, bien plus anxieux-euses face aux mathématiques, les élèves genevois-es sont moins impacté-e-s – du point de vue de leurs performances – que les autres par cet état émotionnel. À partir des données PISA Suisse, trois services romands de recherche (IRDP, SRED et URSP) ont étudié l'évolution des compétences des élèves et la façon dont leur rapport aux mathématiques a changé entre 2003 et 2012. Leurs observations montrent non seulement que l'anxiété envers la discipline a augmenté entre les deux

enquêtes dans la majorité des cantons romands, mais également que les élèves sont moins intéressé-e-s par les mathématiques et ont une perception amoindrie de leur utilité pour leur avenir professionnel (Nidegger et al, 2016). On remarque que cette baisse d'intérêt n'est cependant pas nécessairement corrélée à une chute des performances. À Genève et dans le canton de Vaud par exemple, les élèves sont plus anxieux-euses et moins intéressé-e-s en 2012 qu'en 2003, mais leurs résultats restent stables. En revanche, les élèves valaisan-ne-s sont plus anxieux-euses en 2012 et moins nombreux-euses à obtenir de très bons résultats par rapport à 2003. Il est donc difficile d'établir un lien systématique entre le niveau d'anxiété et le niveau moyen de compétence.

Les résultats des enquêtes PISA Suisse confirment la spécificité de chaque canton. Malgré le fait qu'ils ne permettent pas de tirer de tendance générale, ils établissent un état des lieux de l'éducation en Suisse, nourrissent la statistique du pays au regard de l'éducation et permettent de situer l'évolution des cantons sur des périodes relativement longues. Bien qu'il n'y ait pas de relation de cause à effet entre l'anxiété et l'échec scolaire, la recherche permet d'ouvrir des pistes susceptibles de réduire les difficultés des élèves en mathématiques. Il s'agit, en définitive, d'aller plus loin que les comparaisons intercantonales et de questionner le cœur des blocages en mathématiques. Bien qu'elles ne considèrent pas les méthodes d'enseignement, les contenus pédagogiques et les objectifs d'apprentissages, les enquêtes PISA alimentent les débats sur l'école et favorisent ainsi la remise en question de systèmes parfois dysfonctionnels (Revaz, 2016). Or, c'est précisément lorsqu'elles sont saisies, par les citoyen-ne-s, les professionnel-le-s et leurs représentant-e-s ou par les acteurs et les actrices politiques, que les difficultés scolaires ont une chance d'être traitées et corrigées.

¹ Institut de recherche et de documentation pédagogique.

² Programme international pour le suivi des acquis des élèves construit par l'OCDE (Organisation de coopération et de développement économiques).

³ Service de la recherche en éducation.

⁴ Unité de recherche pour le pilotage des systèmes pédagogiques.

Références bibliographiques

- Crahay, M. (2008). Introduction. In Crahay, M. et al, *Enseignement et apprentissage des mathématiques*. Bruxelles: De Boeck Supérieur, coll. Pédagogies en développement.
- Hatchuel, F. (2000). *Apprendre à aimer les mathématiques. Conditions socio-institutionnelles et élaboration psychique dans les ateliers mathématiques*. Paris: PUF.
- Nidegger, C. (Éd.) (2014). *PISA 2009: Compétences des jeunes Romands. Résultats de la quatrième enquête PISA auprès des élèves de 9e année*. Neuchâtel: Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP).
- Nidegger, C., Ntamakiro, L., Carulla, C. & Moreau, J. (2016). *Enseignement des mathématiques en Suisse romande et résultats de l'enquête PISA 2012: regards croisés*. Neuchâtel: Institut de recherche et de documentation pédagogique (IRDP).
- Revaz, S. (2016). «Les enquêtes PISA dans les systèmes scolaires valaisan et genevois. Accueil, impact et conséquences». *Cahiers de la section des sciences de l'éducation*, n°138. Genève: Université de Genève.

J'aime quand je comprends

Un sondage mené auprès de cinquante-neuf jeunes de 12 à 15 ans met en évidence l'extrême disparité des avis sur les mathématiques. Plongée dans leur vision de cette discipline.

Propos recueillis par José Ticon

Le degré d'intérêt pour les mathématiques se révèle haut ou très haut pour 30% des élèves interrogés. Rodolfo relève que pour lui ce n'est pas trop compliqué et qu'il a toujours aimé cette matière. Plusieurs autres adolescent-e-s insistent sur le fait que toutes les activités demandées leur semblent faciles. Inés précise qu'elle adore les problèmes, la géométrie, les aires et périmètres, mais nettement moins les tables de multiplication. Tous les jeunes déclarant aimer les mathématiques mettent en évidence son utilité. Ils dressent la liste des professions pour lesquelles les mathématiques sont décisives: restaurateur-trice, enseignant-e, taxateur-trice d'impôts, architecte, ingénieur-e, etc.

Une faible majorité (50% des élèves sondés) situe son intérêt pour les mathématiques à un niveau intermédiaire. Je n'aime pas les mathématiques quand je ne comprends pas et ces jours-là les cours passent trop lentement, sinon ça passe vite quand je comprends. Cet avis est partagé par ce groupe d'élèves qui s'inquiète de bloquer dans certains calculs trop compliqués. Une autre élève insiste sur le fait que les maths c'est épuisant, car il faut toujours se concentrer et si on fait une faute, ça détruit tout! Ce problème de compréhension et d'attention provoque de mauvaises notes qui, à leur tour, entraînent une baisse drastique du sentiment de compétence chez ces élèves et donc éteint en partie leur appétence pour la matière. Ce groupe majoritaire d'élèves se positionne de façon plus nuancée par rapport à l'utilité des mathématiques: ça sert à rien, à part pour faire des courses; quand j'étais petite, je disais que ça sert à rien, mais maintenant je sais que ça sert pour les métiers; les quatre opérations, c'est utile pour la vie de tous les jours, mais la géométrie, je trouve que ça sert à rien, sauf si tu en fais ton métier; c'est très utile pour créer des jeux vidéo.

Au total, douze élèves (20%) annoncent un intérêt bas ou très bas pour les mathématiques: on comprend rien et ça dépend du prof et de son caractère, certains expliquent mal et je ne comprends pas; beaucoup trop de règles à apprendre, ça sert à rien et c'est juste fait



© Gianni Chiarini/istock

pour les gens qui aiment les maths; ça me sert à rien et ça sert à rien dans la vie en général sauf pour vérifier l'argent à la Migros. Dans ce groupe, une majorité cite néanmoins des professions pour lesquelles cette matière est utile: comptable, commerçant, astronome, etc. Une élève estime que les maths entraînent le cerveau et que, finalement, elles simplifient la vie.

Une comparaison des opinions des filles et des garçons démontre une absence d'écarts significatifs dans les réponses.

Accompagner la progression

Ces brefs échos pointent un rapport complexe aux mathématiques. Ces dernières sont très largement reconnues comme utiles et importantes dans l'exercice de nombreux métiers. Simultanément, le décrochage qui survient lorsque l'élève perd la compréhension déclenche un cercle vicieux conduisant à la perte de confiance, au désintérêt et à une forme de rejet instinctif de la matière: c'est trop dur! Se pose en creux la question de la progression des apprentissages proposée aux élèves au demeurant plutôt intéressé-e-s par cette discipline, ainsi que les formes d'accompagnement nécessaires pour contrer les inévitables moments de découragement. Ces représentations interrogent également la question du sens des apprentissages proposés: ce sens est-il partagé? Les liens entre les mathématiques et leurs multiples sphères d'application se manifestent-ils de façon suffisamment explicite aux yeux des élèves? •

Stop au *math bashing*!

La mauvaise réputation des mathématiques n'est plus à faire... malheureusement! Pour qui se bat tous les jours pour en montrer l'intérêt, il y a de quoi être révolté quand on voit des responsables politiques ou des journalistes, y compris scientifiques, qui osent ouvertement afficher leur nullité dans cette discipline, sans aucune vergogne.

Jean-Luc Dorier, Université de Genève

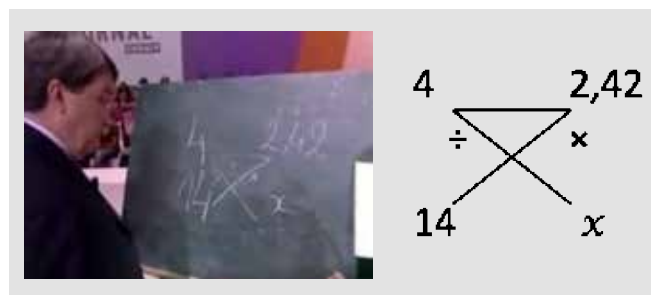
Un des exemples les plus emblématiques est le cas d'un ancien ministre français de l'Éducation nationale, Xavier Darcos, invité du *Grand Journal* de Canal+ au moment de la réforme du «socle commun» du collège (voir www.youtube.com/watch?v=O0SLpAJ_8aw pour visionner l'émission).

On commence par lui demander de conjuguer à la première personne du pluriel au passé antérieur le verbe naitre! Piqué au vif, il s'évertue à ne pas se tromper, ce qu'il fait quand même et en rougit de honte. On lui annonce alors qu'on va l'interroger sur la règle de trois (autrement appelée produit en croix), suite à quoi il s'exclame: «Oh là là, c'est affreux!!!» On lui pose alors le problème suivant: «Sachant que 4 stylos coûtent 2,42 euros, combien valent 14 stylos?» Il capitule tout de suite en affirmant qu'il ne sait pas faire. Quelqu'un sur le plateau lâche même: «Il est agrégé de lettres, pas mathématicien!»

Or, on parle ici du socle commun de connaissances et de compétences, le minimum de l'école obligatoire que tous les nostalgiques de l'école de grand-papa considèrent comme ce que tous les enfants devraient savoir et savoir faire, tout comme leurs parents et grands-parents avant eux! Et voilà qu'un ministre de l'Éducation nationale d'un grand pays qui se targue d'être un modèle d'éducation, trouve la tâche insurmontable, «afreux» pour reprendre ses propres termes, et le clame haut et fort devant des milliers, peut-être des millions d'écoliers. Il aurait besoin d'une agrégation de mathématiques pour s'en sortir (alors que l'agrégation de lettres ne lui a pas suffi pour savoir conjuguer le verbe naitre!).

Le tableau étant arrivé (*normal on fait des maths*), la journaliste (le nez collé sur sa feuille) lui explique comment faire... avec la fameuse règle de trois. À gauche, on écrit «4» et en dessous «14» et à droite en face de «4» on écrit «2,42» et en face de «14» on écrit «x» (*normal on fait des maths*) et puis on fait une espèce de grande

croix qui joint toutes ces données avec la formule magique: «là on multiplie et là on divise»... ce qui aboutit au calcul: $(14 \times 2,42) \div 4...$



Silence dans la salle! Darcos est comme tétanisé, quand quelqu'un derrière lui a la présence d'esprit de demander: «Ça fait combien?», ce qui a le mérite de ranimer un peu les consciences. «8,47 euros», répond la journaliste. Mais à ce stade, tout le monde s'en moque et a décroché. Darcos est prêt à aller se rasseoir et à oublier le mauvais moment, quand la journaliste le retient en lui disant: «Il y a même plus simple! Vous regardez combien coûte un stylo, donc 2,42 euros divisés par 4 et ensuite on multiplie par 14 et ça fait 8,47 euros!» Quel sursaut salutaire! Un peu tard néanmoins pour remobiliser l'auditoire. Toutefois, pour qui aurait suivi jusque là, la question se pose de l'utilité de la règle de trois! En effet, celle-ci ne semble que mettre un écran de fumée pour cacher un raisonnement beaucoup plus simple, qui consiste à passer par le prix unitaire.

Mais revenons à notre ministre, qui, lui, pense déjà à la suite de l'émission où il va défendre l'usage du point-virgule (tâche plus noble que ce banal exercice de maths). Mais en se rasant, histoire de sauver la face, il lâche: «L'habitude des calculettes!» Mais oui, bien sûr! Parce que les calculettes, elles, elles connaissent la règle de 3! C'est nouveau ça. Donnez-lui une calculette

à Monsieur le ministre et vous verrez s'il s'en sortira mieux! Que nenni. S'il n'a pas plus l'idée des opérations à effectuer, la calculatrice restera muette. Non Monsieur Darcos, ce n'est pas parce que la calculatrice existe qu'on ne connaît plus la règle de trois ou le produit en croix dès qu'on est sorti des bancs de l'école primaire. C'est parce que la règle de trois est une règle inventée pour dresser les élèves au lieu de les habituer à penser. Dans ce sens, revenir à l'unité est un moyen de mieux comprendre ce qu'on fait. Rien n'empêche alors de finir les calculs avec le bon outil technologique. Car oui, pour pouvoir effectuer la division de 2,42 par 4 et la multiplication du résultat par 14, la calculatrice est un progrès qui permet de s'économiser l'application d'algorithmes rébarbatifs et peu instructifs. Mais la calculatrice ne dispense pas de réfléchir. Il faut d'abord trouver quelles sont les opérations avant de les effectuer.

Sur l'exemple des stylos, beaucoup de jeunes enfants, encore non pollués par des règles contraignantes, ré-soudront cette tâche ainsi:

- A. 4 stylos coûtent 2,42 euros,
- B. 8 stylos coûtent le double soit 4,84 euros,
- C. 12 stylos coûtent $4,84 + 2,42$ soit 7,26 euros.
- D. Pour aller à 14, il faut rajouter 2 donc la moitié de 4 stylos qui coûtent donc la moitié de 2,42 soit 1,21 euro.
- E. Au final les 14 stylos coûtent $7,26 + 1,21$ soit 8,47 euros!

C'est un peu plus long, certes, mais les calculs sont plus simples et nul besoin de savoir ce qu'est une division, ni même une multiplication. Il suffit de savoir additionner, doubler et prendre la moitié.

Et vous savez quoi, M. Darcos? Ce qui est super en maths, c'est qu'il y a toujours plusieurs façons d'arriver au même résultat et que la richesse d'un enseignement, c'est de laisser vivre toutes ces façons différentes dans la classe et de discuter avec les élèves des avantages et des inconvénients de chacune. Mais ceci est aux antipodes d'un enseignement de formules et de recettes apprises par cœur que les élèves s'évertuent ensuite bêtement à appliquer dans de nouveaux cas.

Notons qu'internet, qui est la meilleure et la pire des choses, pullule actuellement de sites où ces vieilles recettes sont érigées en dogmes. On trouvera ainsi plusieurs sites qui proposent d'appliquer la règle de trois (par exemple www.calculateur.com/regle-de-trois-3.html).

Dans cet exemple désolant, illustrant la façon dont la société maltraite les mathématiques, le pire c'est que la question mathématique posée au ministre semble bien moins déconnectée de la réalité quotidienne que l'exemple de la conjugaison. Et pourtant, à une heure où nombre d'adolescent-e-s sont devant le poste, un ministre, c'est-à-dire la plus haute instance de l'école, montre le plus grand mépris face aux mathématiques les plus élémentaires et les plus utiles. Il nie ainsi tout

intérêt culturel ou utilitaire à cette discipline qui n'est censée être qu'affaire d'écoliers, d'écolières et de spécialistes.

Récemment interrogé à la RTS dans l'émission *CQFD* (<https://pages.rts.ch/la-1ere/programmes/cqfd/10-09-2018#9800369>), j'ai repris le journaliste qui depuis le début de l'émission ne cessait de répéter qu'il avait toujours été nul en maths. Je vous engage à écouter ma réaction à partir de 20 minutes 20 secondes d'émission! Il est vraiment regrettable de voir que politiques et journalistes soient presque fiers de clamer leur nullité en maths. La situation est encore plus grave quand il s'agit d'enseignant-e-s!

Des fondamentaux à reprendre

Chaque année, dans le premier cours de didactique des maths que je donne à environ deux-cents étudiant-e-s inscrit-e-s en première année de sciences de l'éducation à l'Université de Genève, et après avoir montré cet extrait de *Grand Journal*, je demande aux étudiant-e-s: «Qui pense comme Darcos qu'il est nul en math et ne pourra en sortir?» Il y a toujours une bonne moitié de l'auditoire pour oser lever la main. Je demande ensuite qui est là pour devenir enseignant-e au primaire, ce qui fait alors lever plus des trois quarts des mains. J'explique alors un premier résultat de mathématiques: quand on est face à deux sous-populations aussi importantes, alors, nécessairement, l'intersection des deux est elle-même non négligeable. Je dis alors clairement que pour tous ceux et toutes celles qui pensent comme Darcos et veulent devenir enseignant-e, la situation n'est pas tenable. On ne peut pas s'engager dans ce métier en pensant qu'on est nul en maths de façon rédhibitoire. Comment peut-on en effet imaginer enseigner au moins une heure par jour de mathématiques à des élèves en pensant qu'on est soi-même définitivement nul-le en maths? Au-delà de la compétence professionnelle se pose déjà la question de l'impact sur la vision des mathématiques que l'on peut véhiculer si on est soi-même dans une posture de peur, voire d'échec, insurmontable.

L'enjeu n'est pas de faire des (futur-e-s) enseignant-e-s du primaire des super mathématicien-ne-s, mais de repositionner les choses pour changer leur rapport aux mathématiques. Inutile pour cela de se rappeler des souffrances avec l'algèbre ou les intégrales qui ne serviront pas au primaire. Il faut reprendre dans une perspective didactique les fondamentaux sur le nombre entier, mais aussi les décimaux, les fractions et les opérations, les bases de la géométrie, les grandeurs et mesures, ainsi que la résolution de problèmes, en les inscrivant dans des dimensions historiques, sociétales ou culturelles plus riches, afin que les (futur-e-s) enseignant-e-s se les réapproprient avec de nouvelles perspectives et une attitude plus positive.

Femmes et mathématiques: quel genre de problèmes?

En Suisse romande, le nombre de femmes qui s'orientent vers des études de mathématiques est nettement inférieur au nombre d'hommes qui étudient dans ce domaine. Avec cet article, nous cherchons à apporter des interprétations possibles et nous nous interrogeons sur les effets du contexte culturel en donnant la parole aux principales concernées.

© Gianni Chiarighelli

Francesca Gregorio & Sara Presutti, HEP Vaud, UER MS

Emménager dans un pays étranger comporte plusieurs défis; il faut se familiariser avec une nouvelle langue, un nouveau mode de vie et également avec de nombreuses différences culturelles.

Mais cela peut aussi donner l'opportunité d'observer certains phénomènes avec un point de vue différent et conduire à de nouvelles réflexions sur ceux-ci.

Dans notre cas, une des premières différences perçues a été observée sur notre lieu de travail. Nous sommes deux diplômées en mathématiques, originaires d'Italie et actuellement en Suisse pour effectuer un doctorat en didactique des mathématiques.

Ce qui nous a interpellées dès notre arrivée a été de constater que la plupart de nos collègues mathématiciens sont des hommes. Un aspect peu anodin étant donné que lors de nos études en Italie, la parité hommes et femmes a presque toujours été visible.

En consultant les données officielles de l'École polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), nous avons pu constater que notre impression était fondée: pour l'année académique 2016/2017, le nombre de femmes inscrites en mathématiques (bachelor et master) était de 22,4% au total (source: EPFL).

En Italie, le pourcentage des femmes effectuant des études de mathématiques était, pour la même année, de 51,6% (source: MIUR, Ministère italien de l'Université et la Recherche).

Pourtant, comme souligne la professeure de mathématiques de l'EPFL Kathryn Hess, «il est très important que les femmes se sentent impliquées, se sentent les bienvenues dans (...) les domaines scientifiques (...). Ce serait dommage de perdre ce qu'elles pourraient apporter». Un exemple frappant de cette considération est la récente attribution, en mars dernier, du prix Abel¹ à Karen Uhlenbeck, première mathématicienne à le recevoir.

Ces observations nous ont amenées à nous interroger sur cette disparité évidente: quelles peuvent être les raisons d'une telle différence? Y a-t-il des facteurs culturels qui pourraient expliquer ce phénomène? Existe-t-il des stéréotypes liés au genre par rapport à ce domaine? Afin de trouver des éléments de réponses, nous avons enquêté auprès d'étudiantes en mathématiques et de femmes diplômées dans cette discipline.

«J'ai toujours aimé (les mathématiques). Dans ma famille nous avons toujours aimé cela, ma mère n'a jamais étudié les maths, mais c'était cette matière qui lui plaisait le plus. Nous faisons des jeux dans la voiture; les plaques des voitures, nous essayions d'additionner les chiffres ou ce genre de choses...», nous raconte Jennifer.



La passion pour cette discipline depuis l'enfance est commune aux interviewées, qui nous ont raconté avoir toujours aimé son côté *ludique et algorithmique*, son *exactitude*, l'aspect de *défi* avec soi-même, à l'école comme à la maison: «Mon père inventait de petits problèmes, que je tentais ensuite de résoudre» (Magali). Une passion qui a évolué au fil du temps et qui pour certaines, s'est conjuguée avec le désir de transmettre ce savoir à travers une carrière dans l'enseignement, ou qui a donné à d'autres le goût de la recherche en mathématiques.

«Les stéréotypes de genre? Je n'en ai pas l'impression. Mis à part au gymnase, où mon enseignant a, un jour, sous-entendu que les filles étaient moins douées en représentation spatiale que les hommes, je n'ai absolument pas souvenir que l'on m'ait un jour dit que les femmes ne pouvaient pas aimer les mathématiques. Ou quoi que ce soit dans ce sens-là», affirme Mélanie, future enseignante vaudoise.

Selon Océane, doctorante en mathématique, «le fait d'être une femme n'a pas influencé mon rapport aux mathématiques jusqu'à la fin du master. Je fais maintenant un doctorat en maths, et cela commence à avoir une influence. Quand il faut défendre une nouvelle idée devant un public composé à très large majorité d'hommes [...], je sens que cela me demande énormément de courage et de confiance en moi. De plus, en me tournant vers une carrière académique, j'aimerais avoir plus d'exemples féminins à suivre, notamment

des femmes qui ont réussi à concilier une carrière académique et une vie de famille».

Il semble donc que les stéréotypes de genre existent, mais ils sont rarement exprimés de manière explicite. Ce sentiment est partagé par nos interviewées, mais le caractère sous-entendu de la question rend difficile l'identification ponctuelle des processus qui sont à leur origine. Leur base est ancrée dans notre culture et n'est pas spécifique aux maths: «Je sais qu'il y a environ 30% de femmes à l'EPFL en première année, mais après je n'ai jamais rencontré quelqu'un qui se disait "je suis une femme, donc je ne peux pas faire des mathématiques"» (Delphine); «Mais dans les faits, nous sommes beaucoup moins nombreuses [en maths], et je pense que cela vient surtout d'une mentalité qui n'a pas changé par rapport à comment gérer sa vie privée et professionnelle en même temps» (Océane).

Un des aspects à considérer est lié à la persévérance face à l'échec. Les préjugés de genre peuvent générer un sentiment d'incapacité et d'auto-exclusion: «Je pense que les filles, quand elles ont des problèmes en maths, peuvent se dire plus facilement "c'est parce que je suis une fille". Du coup, elles laissent tomber plus facilement. J'ai l'impression que ce n'est pas les autres qui vont influencer, mais c'est soi-même: "je suis une fille, je n'essaye même plus parce que je sais que je ne suis pas faite pour cela"...» (Jennifer).

De plus, il faut tenir compte d'une spécificité suisse du parcours d'études: pour accéder aux cursus universi-

Susanna Terracini, professeure ordinaire d'analyse mathématique à l'Université de Turin (Italie) et titulaire d'une bourse ERC Advanced¹, nous a aidées à aller plus loin dans l'analyse de ce phénomène. Mme Terracini est membre et ex-présidente de l'association *European Women in Mathematics* (www.europeanwomeninmaths.org), organisation qui supporte et encourage les femmes qui entreprennent des études ou un parcours professionnel dans le monde des mathématiques. Dans la pratique, elle intervient dans les écoles secondaires avec l'objectif de motiver les filles à s'orienter vers les domaines scientifiques et sensibiliser les enseignantes et les enseignants à la question du genre à l'école.

Madame Terracini, la question des femmes en mathématiques n'est pas un problème simple...

Susanna Terracini: Non, ce n'est pas simple, mais en tant que mathématiciennes, même en étant conscientes qu'il s'agit d'une question complexe et difficile, nous ne l'abandonnons pas. Nous sommes ici confrontées à des problèmes dont la solution n'est ni proche ni facile et qui exigent du temps.

Le bon côté est que le monde des mathématiciens est de plus en plus intéressé par cette thématique.

La question du genre a un impact sur les mathéma-

tiques, mais elle est ancrée dans des préjugés et le conditionnement inconscient de l'image des femmes dans la société: à propos de leur rôle de leader et de leur potentiel créatif dans la résolution de problèmes complexes.

L'image des femmes est encore liée à l'art du savoir-faire ou à la transmission de connaissances déjà élaborées par les hommes, plutôt qu'à l'abstraction et à la création de nouveaux savoirs. Il faut travailler sur l'image des femmes non seulement dans les mathématiques, mais dans la société entière.

De plus, il faut modifier l'image que la société a des femmes, mais aussi l'image que les femmes ont d'elles-mêmes, car aujourd'hui le mécanisme d'auto-exclusion est très présent.

Certains pays comme l'Italie ou le Portugal sont historiquement des cas vertueux au niveau du nombre de femmes inscrites en mathématiques, mais isolés au niveau européen, comme le montrent les statistiques (source: EWM). À quoi sont dues ces exceptions selon vous?

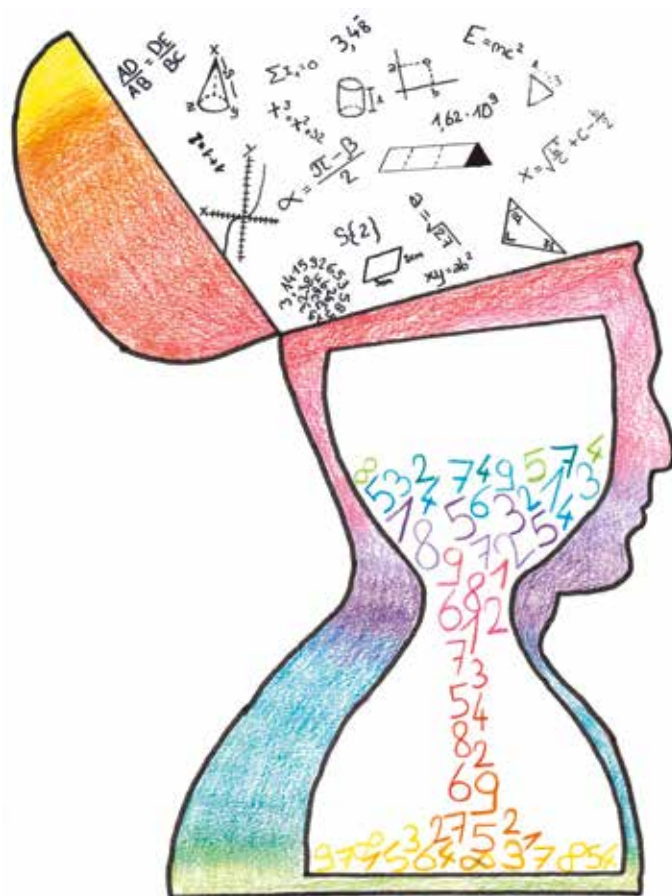
Pour répondre à cette question, nous devons tenir compte de plusieurs aspects sociologiques et culturels. Un des facteurs communs à ces deux pays est la présence d'un unique parcours pour l'étude et l'ensei-

taires de mathématiques, il est fortement recommandé d'avoir choisi le niveau renforcé en maths à l'école secondaire, voire l'option spécifique maths-physique. De plus, ces parcours sont l'aboutissement logique de l'option spécifique en maths au secondaire I. Cette organisation implique une prise de décision très précoce dans le parcours scolaire et ne favorise pas les réorientations. Un intérêt tardif pour les sciences est rarement envisageable. Une jeune fille intéressée par cette branche doit être fortement motivée pour dépasser des stéréotypes, et ce, à chaque niveau de sa scolarité. Par exemple, à 12 ans, une fille pourrait ne pas avoir envie de rejoindre une classe essentiellement occupée par des garçons, question qu'elle ne se posera pas forcément à 18 ans. Une attention particulière à cette thématique s'avère donc nécessaire dès l'école primaire. •

¹ Un des prix les plus importants pour les mathématiques, équivalent au Prix Nobel.

Sitographie

EPFL: www.epfl.ch/about/overview/fr/presentation/chiffres-cles/
 MIUR: http://dati.ustat.miur.it/dataset/2016-17-iscritti-e-immatricolati/resorce/45e3ecf9-c275-41af-856d-fb976b1e61d3?inner_span=True
 EWM: www.demo.meligrafi.com/images/pdf/history/womeninmathineurope.pdf



gnement des sciences, une organisation qui peut permettre un flux d'intérêts et une éventuelle transition de motivations. Beaucoup de femmes qui s'inscrivent en mathématiques en Italie ont pour objectif l'enseignement, elles ne se voient pas comme des scientifiques, mais veulent reproduire un rôle qu'elles connaissent déjà. Mais si, pendant leurs études, elles se rendent compte qu'elles aiment et qu'elles réussissent en mathématiques, l'intérêt pour l'aspect scientifique peut prendre le dessus.

Quel rôle peut avoir l'école sur la question du genre?

Le rôle de l'école est fondamental, parce qu'elle propose des modèles aux jeunes élèves. Les enseignantes et enseignants de mathématiques peuvent proposer un modèle de classe qui ne soit pas basé sur la compétition ou sur la vitesse, mais plutôt sur la réflexion. Les concepts mathématiques sont difficiles, il faut du temps pour les acquérir. En mathématiques, ce ne sont pas la vitesse et l'intuition qui portent leurs fruits sur le long terme. Au contraire, cette matière nécessite un travail formel et rigoureux, un perfectionnement continu et une haute exigence envers soi-même. Dernièrement, notre société a adopté la compétition comme valeur positive, et cette vision se reflète aus-

si sur le monde scolaire. Cette structuration de l'enseignement marche très bien pour certaines catégories d'élèves et d'étudiant·e·s, mais pose un problème aux personnes qui ne sont pas compétitives ou qui ne veulent pas l'être. Cela ne doit pas être interprété comme un déficit, mais plutôt comme une caractéristique, d'autant plus que ce n'est pas un aspect nécessaire ni suffisant pour être des bons mathématiciens ou mathématiciennes.

Le dépassement d'une catégorisation dualiste de soi-même – entre brillant et nul – est nécessaire. Je pense qu'éviter ce côté compétitif, tout en favorisant le raisonnement et la réflexion, pourrait susciter auprès des femmes, mais aussi auprès des hommes, une passion pour les mathématiques et les sciences.

Affronter la question de genre est un processus long et lent. Une attention à la question du rapport entre les écolières et les mathématiques est fondamentale, car on risque de perdre des contributions importantes pour le progrès scientifique. La question de genre en mathématiques n'est pas un problème de femmes, c'est un problème du monde des Sciences. •

¹ Bourse prestigieuse assignée par le Conseil européen pour la Recherche (<https://erc.europa.eu/>).

L'indicible beauté des mathématiques?

Le 9 mars 2019 avait lieu, à la HEP Vaud, une table ronde intitulée «Quel rôle pour les mathématiques dans la société actuelle?» Le flyer précisait: «Cette table ronde invite ses participants à donner leur point de vue sur ces mutations de connaissances et sur les préconisations qu'ils peuvent faire pour aider les institutions éducatives (écoles, centres de formation professionnelle, hautes écoles et universités) à enseigner les mathématiques de demain.»

.....
Compte-rendu et réflexions de Nicolas Perrin

Des intervenantes et des intervenants prestigieux étaient réunis: Emmanuelle Giacometti, fondatrice et la directrice de l'Espace des inventions à Lausanne; Kathryn Hess Bellwald, professeure de mathématiques à l'EPFL et directrice scientifique du cours Euler à l'EPFL; Bruno Colbois, professeur ordinaire à l'Institut de mathématiques de l'Université de Neuchâtel; Jacques Dubochet, professeur émérite à l'Université de Lausanne et lauréat du prix Nobel de Chimie 2017 pour ses travaux sur la cryomicroscopie électronique; et Cédric Villani, lauréat de la médaille Fields, auteur du rapport de la Mission maths française et député français.

D'entrée de jeu, la question du sentiment d'incompétence est abordée. Pourquoi donc serait-on «nulle en math» comme on chausse du 42 ou qu'on mesure 1m73? Les mathématiques ne passionnent guère les foules... contrairement aux sciences du vivant, alors que leur apprentissage peut être jouissif! **Certes, mais est-ce que vraiment les foules cherchent à comprendre les sciences du vivant?** Le message adressé à un enfant qui souhaite faire des mathématiques renforcées est qu'il faut être particulièrement persévérant. **Mais en effet, comme l'évoque Mme Giacometti, pourquoi faut-il moins persévérer dans les autres disciplines? Est-ce que les mathématiques sont plus abstraites... ou qu'on en reste aux quatre opérations dans les autres disciplines? Est-ce que vraiment on essaye de faire comprendre ce qu'est une périodisation en histoire ou la dialectique en philosophie...? Les sciences humaines ne font peut-être pas partie des MINT (Mathématiques, Informatique, sciences Naturelles et Technique), mais peut-être sont-elles tout aussi importantes pour l'avenir de notre société... si**

Ce texte n'a pas la prétention de retracer fidèlement cet événement, dont la vidéo est accessible à l'adresse: <https://vimeo.com/323393865>. Il propose plutôt le dialogue intérieur de l'auditeur que je fus durant ces deux heures. Mes réflexions figurent en bleu dans le texte.

elles sont traitées avec les mêmes ambitions que les mathématiques...

Selon M. Colbois, deux domaines peuvent ouvrir de nouvelles perspectives à l'enseignement des mathématiques. D'une part, le raisonnement informatique peut apporter des questionnements stimulants. D'autre part, les statistiques devraient être étudiées à l'école obligatoire, ne serait-ce que pour déjouer une bonne partie des *fake news*. **Est-ce que ces deux exemples concernent toute la scolarité? L'algorithmique sera bientôt au programme de l'école obligatoire... Peut-il en être de même pour les statistiques? On pourrait apprendre des manières de raisonner - et non la technique mathématique - dès le plus jeune âge.**

Mme Hess Bellwald souhaite mettre en évidence que des femmes sont mathématiciennes, qu'elles enseignent dans les universités. Les filles ont besoin d'un encouragement explicite de la part des enseignant-e-s... plutôt que de reproduire un double stéréotype: les mathématiques sont ardues et les filles y seraient moins destinées. Il est important de ne pas leur fermer les portes, notamment en les cantonnant dans les options de mathématiques «standards». **Comment faire pour que les enseignant-e-s des premiers degrés aient un**

rapport pacifié – voire même complice – avec les mathématiques pour donner envie... Et comment montrer la saveur de toutes les disciplines dès le début de la scolarité, c'est-à-dire de permettre aux enseignant-e-s – et aux élèves! – d'être passionné-e-s par l'épistémologie de quelques disciplines...?

M. Villani souligne que l'enseignement des mathématiques poursuit des objectifs très différents: former les futur-e-s mathématicien-ne-s, acquérir des outils nécessaires pour la vie quotidienne, comprendre la culture d'une société, développer les différentes façons de raisonner pour faire face aux exigences du XXI^e siècle. Il y a de nombreux exemples. L'important est de faire comprendre le sens et pas seulement la technique des mathématiques. Est-ce que ces exemples sont à portée de mains? Pourtant, même lors de cette table ronde, ils ne sont souvent qu'évoqués de manière très générale... Il semble difficile d'en partager et d'en comprendre le sens... Et puis, est-ce que notre système de formation encourage à se focaliser sur le sens... qui est souvent difficile à évaluer, donc peu pris en compte dans le calcul (sic!) du retour sur investissement visant le prochain examen programmé par le découpage (dépeçage) du système de Bologne...

L'interrogation «mais à quoi ça sert» devrait nous interpellier. Au-delà des illustrations à trouver, elle est un indicateur qu'on ne va pas à l'essentiel, qu'on passe à côté... Le plaisir n'est pas au rendez-vous! «Un jour tu vas comprendre à quoi ça sert»... Cette réponse semble être donnée tant à l'école primaire qu'à l'université...

Un peu plus tard, Mme Hess Bellwald met en évidence qu'il existe des chaînes YouTube montrant «à quoi ça sert», on peut s'y référer... mais on peut aussi favoriser, selon elle, le «c'est cool»... Comment faire pour que les mathématiques ne soient pas des propédeutiques, que ce ne soit pas seulement «préparatoire», des techniques sans saveur, à acquérir en vue d'un festin futur? Il faut pouvoir se délecter, identifier et partager la beauté et le sens d'une maîtrise, certes partielle, mais ici et maintenant, et non à venir...

Est-ce qu'il y a des moyens, des situations pour faire expérimenter qu'apprendre les mathématiques, c'est jouer avec des concepts? La manipulation est importante. Les plus petit-e-s se sentent concerné-e-s lorsqu'il s'agit de se partager des bonbons. Mais la difficulté est de sortir du pur expérimental pour manipuler le concept... Comment passer de la part de gâteau à «n/m»? Vous auriez dû voir le sourire de M. Dubochet... Son regard malicieux synthétise à lui seul la fascination pour ce «passage»... Il est nécessaire, mais si difficile à favoriser... La prochaine fois que nous couperons un gâteau, pourrions-nous en oublier son goût chocolaté en couvrant la nappe de schéma, de calculs, d'hypothèse... Bref, et si nous savourions «n/m»...

«Et hop!» - après avoir vu la vidéo de la conférence, vous partagerez ce private joke! - Comment se fait-il qu'à un moment on ne comprend pas et que tout d'un coup cela devienne lumineux? Est-ce qu'il y a un petit nombre de concepts à comprendre... un petit nombre de «et hop» nécessaires et repérables? Non, c'est plutôt

une question de fausse intuition propre à chacun. «Je n'acceptais pas qu'un angle ait la même valeur près du sommet et plus loin de celui-ci; cela me mettait en colère», évoque Mme Giacometti. Dans le prolongement, Mme Hess Bellwald souligne que les élèves qui suivent le cours Euler font beaucoup de «et hop»! Ces élèves sont sélectionné-e-s sur leur capacité à faire des analogies pour résoudre des problèmes qu'ils ne connaissent pas. Pour elle, il est important de raisonner par analogie et de manière abstraite sur des cas extrêmes... Tiens, cela me rappelle un ancien dossier de l'Educateur consacré à la place des exemples dans l'apprentissage²... Jouer avec les cas extrêmes, les «presque exemples» et les «pas tout à fait exemples»... Cela me rappelle aussi un de mes enseignants de mathématique qui nous demandait, avant de résoudre un problème, de jouer avec notre intuition et d'anticiper la solution... Voilà de quoi penser de concert le sens et la technique...

Un objectif est de développer la culture des mathématiques. Si elle est assez facile à identifier en français ou en histoire, qu'est-elle en mathématique? Quels sont les résultats parlants susceptibles d'être partagés par tous? Les intervenant-e-s évoquent la beauté de l'anneau de Moebius, du dernier théorème de Fermat... Tiens, ce n'est pas un résultat, mais une manière de voir le monde mathématique ou un problème. C'est aussi important de montrer qu'on ne sait pas résoudre nombre d'équations en mathématique. Une chose facilement accessible peut être sans solution, comme l'a été longtemps le théorème de Fermat. La culture comme un rapport au monde, comme un rapport à la poésie... Quelques minutes plus tôt, M. Dubochet évoquait ses échanges avec une de ses voisines qui a «mal pris» qu'il affirme «je ne comprends rien à la poésie»... alors que c'est parfaitement accepté de répéter inlassablement «je ne comprends rien aux mathématiques»! Il semble qu'il faut feinter avec les mathématiques, qu'il faut montrer la beauté de cette discipline sans la nommer. Mme Giacometti prépare une exposition sur les arbres... mais le lien avec les mathématiques ne sera pas mis en avant... Pas facile de partager la beauté de quelque chose sans en prononcer le nom... Chercher à comprendre quelque chose d'abstrait, s'achopper à un truc qui résiste, poser un problème... Seraient-ce les tabous d'une société de l'immédiateté...?

Thierry Dias, qui anime la table ronde, la clôt en citant Yoko Ogawa dans *La formule préférée du professeur*: «De la même façon que personne n'est capable d'expliquer pourquoi les étoiles sont belles, c'est difficile d'exprimer la beauté des mathématiques.»

Nous avons plus parlé de l'indicible beauté des mathématiques que des mathématiques de demain... Peut-être que ce sont justement les mathématiques de demain: accéder dès le début de l'école à leur beauté... C'est peut-être là un enjeu de société... plutôt que d'apprendre une technique de plus...

¹ La fraction «n sur m» (n/m)

² Educateur no 4/2015 Exemples et abstractions



Mathématiques et musique: plus qu'un accord, une harmonie de sens...

Cyril Julien, professeur de mathématiques et organiste, nous raconte les liens qu'il fait entre ses deux passions.

Propos recueillis par Christian Yerly

Né dans le Jura suisse en 1988, Cyril Julien a obtenu son master de mathématiques en 2012 à l'Université de Fribourg, avant de poursuivre ses études par une formation pédagogique et, parallèlement, de débiter des études professionnelles d'orgue (master de concert obtenu en 2016). Son activité actuelle de mathématicien consiste en la réalisation d'un doctorat en mathématiques à l'Université de Fribourg et en un poste d'enseignant en mathématiques qu'il occupe au Collège Saint-Michel de cette même ville. Côté orgue, il participe régulièrement à des concours internationaux (classé quatrième mondial, en demi-finale à Haarlem en 2018) et est organiste titulaire de la Commune ecclésiastique de Delémont.

Vous jouez de l'orgue et êtes professeur de mathématiques: quels liens entre ces deux passions?

Le lien est personnel, mais je crois que c'est tout de même le côté abstrait des deux branches qui fait leur lien: on ne peut toucher la musique, elle passe dans le temps, et une partition est quelque chose d'abstrait. La mathématique est la plus abstraite des sciences.

Pourquoi l'orgue, quel est son intérêt à l'heure de la musique électronique?

Selon moi, la pureté du son (due au vent naturel) permet de mieux révéler l'harmonie et la beauté vivante et naturelle de la musique. De plus, l'orgue est un instrument complet qui offre d'énormes possibilités de créativité sonore. Il est d'ailleurs très adapté pour l'improvisation. En effet, avec l'orgue comme «orchestre», il est

possible d'accompagner un film muet, de commenter des tableaux ou un texte, de soutenir la prière des fidèles à l'église, etc.

Calcul factoriel, calcul exponentiel, puissance exponentielle: une douce musique pour vous? Le langage mathématique, c'est important?

Important, car il s'agit d'un langage universel des sciences pour décrire le monde, mais surtout, c'est une construction abstraite et métaphysique de l'esprit. Parfois «inutile», sans application directe, cette science existe aussi juste pour le plaisir de la construire: on parle alors de mathématiques pures, d'élégance pour qualifier des démonstrations de théorèmes, de mathématiques pour les mathématiques, etc. Il y a quelque chose d'artistique là derrière.

Que dire de la partition, si ce n'est qu'un code, une équation à résoudre?

Les mathématiques et la musique sont toutes deux des langues. Comme ces langues ne sont pas maternelles, une certaine pratique est nécessaire pour les maîtriser: entraîner le vocabulaire, la grammaire et la syntaxe, effectuer différents types d'exercices, et cela de manière régulière et assidue, sont des éléments essentiels pour parvenir à s'exprimer dans une des deux langues.

Que peut-on exprimer avec la langue de la musique ou celle des mathématiques?

Les deux langages, qui ont d'ailleurs leurs propres écritures – a priori abstraites, ont bien un but chacun. Le but des mathématiques peut être vu comme descriptif (les mathématiques étant la langue de toutes les sciences) ou artistique (les mathématiques pures). Le but de la musique est artistique (en créant l'émotion

par exemple, en exprimant plutôt des sentiments). Si le but de chacun des langages peut diverger, leur manière de fonctionner reste proche: la musique fonctionne comme les mathématiques!

Et comment donc? En musique, peut-on dire que tout n'est qu'intervalle, rapport, résonance et accord et translation: des formules très mathématiques en somme?

Leibniz (philosophe allemand des Lumières) disait que faire de la musique, c'était faire de l'arithmétique sans le savoir. On compte effectivement la durée des notes par exemple. D'ailleurs, ne dit-on pas «déchiffrer une partition»? Aussi, la physique des sons, qu'on appelle acoustique et qui décrit les sons et les harmonies qui se marient bien, emploie évidemment les mathématiques. Enfin, la perspective mathématique pour étudier les sons et la musique est récurrente dans l'histoire.

À commencer par Pythagore, la star dont le succès ne s'est jamais démenti?

Oui, Pythagore est célèbre et la légende de l'enclume (voir encadré ci-dessous) est souvent considérée comme le premier lien fort entre les mathématiques et la musique. Ce lien est fort, car il lie deux concepts simples, mais fondamentaux des deux branches: l'intervalle en musique (écart entre deux notes) et la fraction en mathématiques. Selon la suite 1, 2, 3, 4, 5... au dénominateur (partie inférieure de la fraction), on obtient les correspondances: $1/1$ =unisson, $1/2$ =octave, $1/3$ =quinte, $1/4$ =double octave, $1/5$ =tierce majeure, etc. On peut réaliser cette expérience avec un monocorde (photo): un instrument pédagogique à une corde avec un échelonnage (pour pouvoir faire sonner la moitié ou le tiers de la corde par exemple). Par exemple, la moitié



(<http://www.tepandros.com/project/pythagoras-monochord/>)

de la corde donne l'octave supérieure de la note de base (de la corde entière). Cela fonctionne aussi avec des tuyaux d'orgue de différentes longueurs, mais pas avec des enclumes et encore moins avec des marteaux... il s'agit donc bien d'une légende et les spécialistes ont de la peine à attribuer l'expérience du monocorde à Pythagore. Cela amène rapidement à un problème concret: il n'y a pas une seule manière d'accorder les instruments à sons fixes (car 12 quintes consécutives n'aboutissent pas à 7 octaves). Ainsi, pour un instrument à sons fixes (comme les claviers), il faut faire un choix! Il s'agit du tempérament de l'instrument. Plusieurs solutions plus ou moins compliquées ont parcouru les siècles selon les besoins de la musique pour aboutir au tempérament égal (du piano par exemple) où tous les intervalles sont légèrement faux, mais relativement égaux sauf l'octave qui est juste.

Mais au fait, peut-on parler de musique comme science?

Oui! Au Moyen Âge, la musique faisait partie du *quadrivium*. Par opposition au *trivium* (comportant rhétorique, dialectique et grammaire), le *quadrivium* contient les branches se référant au nombre: arithmétique, géométrie, astronomie et musique! La musique médiévale suit des règles et non des effets rhétoriques. La musique savante médiévale peut d'ailleurs être très compliquée rythmiquement par exemple. Une révolution se passe vers 1600 avec Monteverdi: la musique n'est plus seulement une science qui suit des règles in-

Marteau et musique

Pythagore (Ve siècle av. J.-C.) évoque pour beaucoup le bon vieux théorème du même nom. «Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des cathètes.» S'il est surtout connu comme mathématicien, c'est aussi l'un des premiers grands théoriciens de la musique. La légende raconte qu'il découvrit le lien entre la musique et les nombres... Au détour d'une promenade, en passant devant une forge, il remarqua que la note produite par le marteau lorsque le forgeron frappe l'enclume ne dépend que de la masse du marteau: plus le marteau est léger, plus le son est aigu.

Je conçois plus facilement qu'une personne douée en mathématiques ait des facilités en musique que l'inverse. En effet, depuis 1600, il est possible de faire de la musique, même très bien, sans être forcément un scientifique!

ternes (ce que Monteverdi appelle la *prima pratica*). En effet, la musique peut – pour souligner un mot dans un texte d'une musique vocale par exemple – contrer les règles, en faisant des fautes volontaires, pour obtenir un effet souhaité. La musique devient alors rhétorique (*seconda pratica*) et s'ouvrent de nouvelles perspectives bien moins scientifiques! Mais elle garde toujours un fort attachement à son côté mathématique, son côté *prima pratica*: le contrepoint (le fait de combiner plusieurs mélodies simultanément, comme dans une fugue), notamment baroque, obéit à des règles d'avant 1600; la grande figure de Bach contribue à donner de l'importance à ce côté rigoureux, mathématique et antique du contrepoint auprès des romantiques, etc. Il est même possible de trouver encore d'autres manifestations modernes ou contemporaines des mathématiques dans la musique comme l'a fait Xenakis, compositeur et mathématicien grec du XXe siècle. Il y a donc différentes manières de voir les mathématiques dans la musique.

Mais dans cette multitude de points de vue, y a-t-il un point commun entre toutes ces manières de faire le lien entre musique et mathématiques?

Je pense que le mot clé est l'harmonie. En musique, l'harmonie se définit comme trouver les sons qui se marient bien, qui vont bien ensemble. L'harmonie concerne donc les proportions selon le monocorde; mais les proportions sont des mathématiques. D'autre part, si l'on regarde le but artistique des mathématiques, on peut dire qu'il s'agit d'harmonie en parlant de l'édifice mathématique métaphysique bien construit et parfait (les mathématiques pures): les choses tiennent bien ensemble! Cette harmonie mathématique est révélée dans la musique, de manière simple, mais fondamentale. Je pense que c'est précisément cette harmonie qui fait que le plaisir que j'ai à faire des mathématiques ou de la musique est lié: c'est comme cela que j'expliquerais ce je ne sais quoi d'émotions communes que j'éprouve en jouant une œuvre d'art à l'orgue ou en comprenant un théorème profond en mathématique.

Et vous n'êtes pas le seul...

Non. Selon Boèce (philosophe, vers -500), cette harmonie et ses rapports se révèlent également dans le

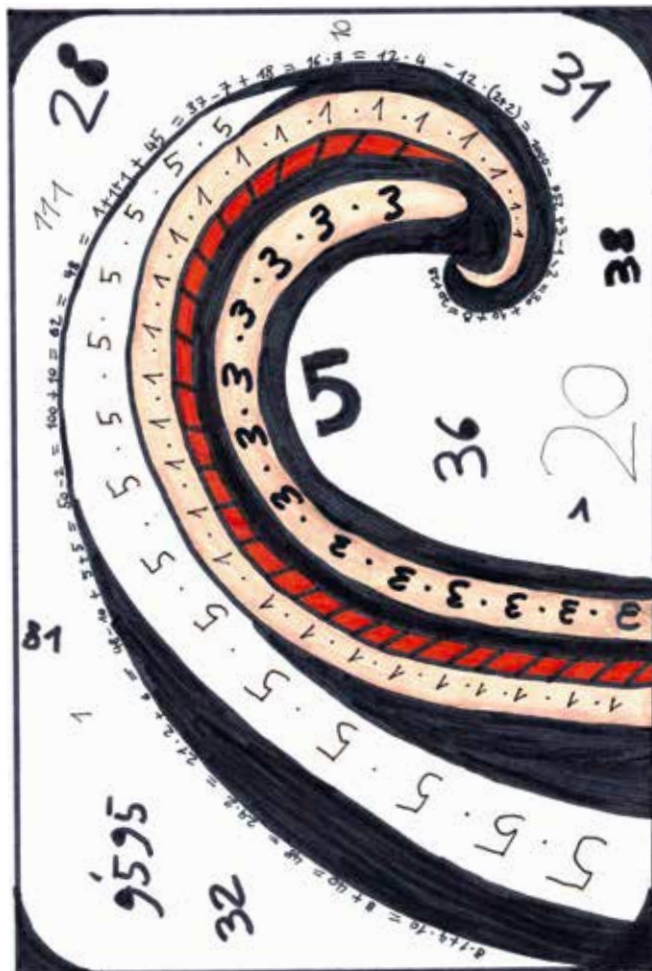
monde (qui tient debout) et l'univers (*musica mundana*), et dans chaque personne (avec notre corps et notre esprit qui est bien fait: *musica humana*), mais elle se révèle dans la musique aussi (*musica in instrumentis*). Cette harmonie a marqué l'histoire, elle a souvent porté le nom d'harmonie des sphères, mais le but est le même, je pense. On pourrait aussi parler de l'artiste Escher dans les œuvres duquel cette harmonie est mise en évidence (grâce à la gravure en l'occurrence).

À quand des cours interdisciplinaires musique, mathématiques et géométrie pour dynamiser les approches et faire des liens?

Déjà maintenant! Des conférences ou des semaines hors cadre sont organisées dans ce sens.

Bon en math, bon en musique, une fausse nouvelle ou une information fondée?

Je conçois plus facilement qu'une personne douée en mathématiques ait des facilités en musique que l'inverse. En effet, depuis 1600, il est possible de faire de la musique, même très bien, sans être forcément un scientifique!



Je vous préviens, je déteste les maths!

Ou comment soutenir certain·e·s étudiant·e·s au parcours mathématique chaotique, et les impliquer pour les mettre sur la piste du plaisir à enseigner cette discipline.

Christine Del Notaro, Université de Genève

Ce type d'injonction de la part de futures enseignantes et futurs enseignants primaires résonne en moi comme une invitation au voyage... de celui dont ceux qui en reviennent, et ils sont nombreux, feront partie des plus fervents défenseurs de la discipline au primaire. Que leur a-t-on fait subir à ces écoliers, puis collégiens, pour qu'ils en arrivent à déclarer de manière aussi péremptoire ce désamour? Et puis, cette mise en garde qui retentit comme un ultimatum, comme s'il n'y avait plus rien à faire, comme une fatalité, a le don de me mettre en alerte afin de flairer la petite faille – car il y en a toujours une – par laquelle je vais pouvoir entrer et leur permettre de faire des maths, d'expérimenter ce plaisir à écrire une suite de nombres, par exemple, tout comme le font les élèves, pour rien, juste pour voir où elle nous mène, sans stress, sans évaluation, sans jugement; le coude sur leur feuille au besoin, pour cacher, pour que je ne distingue rien... Oser écrire quelque chose sur sa feuille est parfois synonyme de violence pour certain·e·s et passe, selon moi, par ce que la didactique des mathématiques nomme «la dévolution». C'est ce moment où l'élève (ou l'étudiant·e) va s'approprier la tâche, faire de ce défi le sien et se laisser prendre au jeu du savoir et de la connaissance. Nous avons en didactique des mathématiques des dispositifs comme le *problème ouvert*, ou encore, plus confidentiellement, celui du *jeu de tâches*. Ce dernier suppose une interaction de connaissances mathématiques entre élève/étudiant·e et expérimentateur·trice/professeur·e. Le *jeu de tâches* postule que l'expérimentateur·trice fait partie du milieu didactique, ce qui revient à dire qu'il se met en jeu pour répondre à partir de ses propres connaissances mathématiques, à celles de l'élève. L'idée est de répondre à une tâche par des mathématiques (celles qui se manifestent sur le moment) et d'éviter les questions/réponses ou les demandes d'explication à l'élève. Si les petit·e·s disent volontiers «j'ai vu dans ma tête», il revient à l'enseignant·e ou à la chercheuse, au chercheur d'essayer de comprendre ce qu'ils ont vu, non pas en posant la question de manière directe, mais en sondant le milieu et répondant par des mathématiques, celles que la proposition de l'élève évoque chez l'expérimentateur·trice *hic et nunc*.

Exemple 1: autour d'une tâche sur la divisibilité.

Élève (E)1: il faut regarder toujours les deux derniers chiffres avec tous les livrets de un chiffre

Expérimentateur·trice (Exp.): 3212?

E1: non car 12 est un multiple de 6 mais 32 n'est pas un multiple de 6

...

E2: ça se termine par 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42,...

Exp.: ok alors 3136?

E2: je pense que oui parce que ça se termine par 6

...

E3: $4482 = 18$. Un multiple de 6 est un nombre pair mais c'est un multiple de 3.

$4+4+8+2 = 18$, 18 est un multiple de 3 et un multiple de 6

Exp.: et 2241?

...

E4: on calcule les nombres si ça donne un multiple de 3 et c'est un chiffre... c'est un multiple de 6

Exp.: par exemple 5835?

On remarquera que l'expérimentateur·trice propose une réponse ayant pour but de déstabiliser l'élève, puisque certaines sont fausses, mais obéissent à la règle donnée par l'élève. Ainsi, si l'on sait d'où l'on part – très souvent d'un énoncé extrêmement laconique –, on ne peut en revanche déclarer avec certitude quel sera le point d'arrivée, car le *jeu de tâches* permet une véritable recherche, guidée par le cheminement qu'emprunte notre réflexion. L'interaction est un enjeu important, dans la mesure où le jeu se construit et se nourrit des apports des deux parties. Dans une époque et un enseignement extrêmement balisés par des contraintes fortes, les étudiant·e·s apprécient cette ouverture et se piquent véritablement au jeu de la recherche, ce qui les mène parfois sur des terrains insoupçonnés. «Je vous préviens, je déteste les maths, mais je dois m'améliorer, c'est pourquoi je suis votre cours» serait la phrase entière que l'on m'assène, empreinte de crainte et d'aga-

cement avant même que le cours ne débute. Le défi à relever pour intéresser ces futur·e·s enseignant·e·s n'est pas aussi grand qu'on l'imagine, car c'est dans la pratique même des mathématiques que réside tout l'enjeu. Les mettre face à une tâche qui va les happer est le défi majeur, car une fois qu'ils s'y sont plongé·e·s, les maths font le reste, si j'ose dire...

Exemple 2: autour d'une division particulière

Voici un extrait de narration, dans lequel l'étudiant-ex-périmentateur¹, qui ne déteste point les maths, répond par une tâche; l'énoncé est $1/49$.

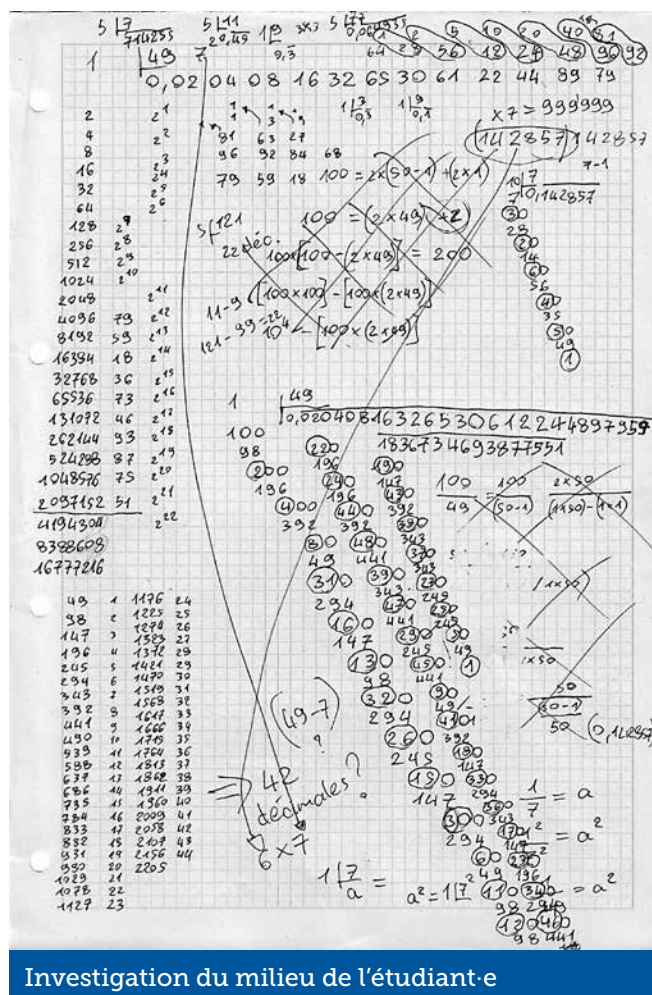
Éric demande à Talia d'écrire 1 divisé par 49. Il l'invite à en faire ce qu'elle souhaite et à explorer sans restriction ce qu'il vient de lui proposer. Talia propose déjà de l'écrire sous diverses formes ($1/49$, $1/49$ et $1 \div 49$). Il lui demande ce qu'elle souhaite en faire et elle dit qu'elle aimerait le taper sur une calculatrice. Elle note le résultat 0,020. Elle est troublée car elle ne sait pas quoi chercher ou trouver. Éric lui propose alors 1 divisé par 499. Elle remarque qu'un zéro de plus est visible et elle tente de voir ce qui se passe avec 1 divisé par 4999. Elle remarque la même chose et dit qu'il en irait de même si on poursuivait ainsi (...)

Comment ces étudiant·e·s réinvestissent-ils leur propre investigation dans le milieu de la classe? L'illustration ci-contre montre leur implication dans cette tâche, à la fois simple et complexe, dans le sens qu'elle ne demande pas de comprendre un énoncé difficile en soi, mais de se lancer dans une recherche (tâche ardue s'il en est) et de s'approprier des constats pour en faire des cartes de jeu, à utiliser au gré des réponses des élèves. En guise de conclusion, je mettrai en évidence des concepts issus du travail de ces mêmes étudiant·e·s:

Au terme de ce travail, nous pouvons nous montrer satisfaits de l'expérience faite du jeu de tâches. En effet, elle a contribué à revoir notre vision parfois figée des mathématiques en donnant une forte place à l'expérimentation.

D'une certaine manière, cette expérience encourage celui qui l'effectue à se décomplexer face aux mathématiques en favorisant l'exploration d'un milieu fortement ouvert. Ainsi, ce qui pourrait sembler être un quelconque jeu, se révèle en réalité être un outil à fort potentiel pédagogique, autant pour l'enseignant que pour l'élève. Il contribue à redonner une certaine forme de liberté à l'élève en lui offrant un espace de recherche où il peut sans contraintes expérimenter, tâtonner et s'essayer aux mathématiques. Cette posture, favorisant sans doute la création d'un rapport positif à la discipline. (...) En pratiquant, on gagnera en aisance pour accompagner les élèves dans l'investigation de la tâche en conciliant enseignement et expérience de l'élève, ce qui est primordial pour fixer les apprentissages.

Cet extrait comporte tous les concepts qui constituent mon pari personnel d'enseignante en formation des enseignant·e·s primaires à Genève, qui est d'ouvrir



Investigation du milieu de l'étudiant·e

l'enseignement de cette discipline aux yeux des étudiant·e·s et de sortir de la dichotomie juste ou faux, réussite ou échec, pour laisser l'esprit mathématique des un·e·s et des autres s'exprimer. Il en ressort généralement une grande créativité et des ébauches de mathématisation lorsqu'ils s'essayent à comprendre, entre autres, l'absence d'un chiffre dans une suite de décimales périodique.

Je relève principalement de leur conclusion les idées suivantes:

- Revoir sa vision figée des mathématiques
- Expérimenter, tâtonner
- Se décomplexer face à la discipline
- Explorer un milieu didactique
- Constituer un espace de recherche, de liberté pour l'élève
- Concilier enseignement et expérience de l'élève.

Le titre de ce numéro spécial de l'Éducateur *Aimer les maths, un pari fou?* amène d'autres questionnements dont certains touchent à la philosophie, comme la phénoménologie (en tant qu'étude des phénomènes). Il y a un enjeu didactique à envisager enfin une place à attribuer à l'observation (et peut-être à l'analyse) des faits d'expérience des élèves. Faire aimer les maths à celles et ceux qui en ont été évincés durant leur sco-

larité suppose plus qu'un dispositif didactique, car la transformation d'un état de désamour à celui d'amour se fait certes en passant par une longue dévolution et un temps pour l'expérience, mais cette expérience doit pouvoir être un objet d'étude pour l'enseignant-e par la suite. De quoi les élèves font-ils l'expérience et en quoi cela peut-il modifier ou non leur perception des objets? Sans prétendre répondre à cette question, on peut

néanmoins envisager d'y réfléchir et prendre ce temps en classe, sauf à accepter que les élèves anonnent ce qu'on leur inculque, ce qu'ils savent bien faire par ailleurs, mais qui ne garantit en aucun cas le sens. •

¹ Extrait de l'évaluation certificative d'un cours de Certificat Complémentaire en Enseignement Primaire d'Éric Agbémégna, Célia Fernandes et Laurent Meierhans, intitulé 1/49; 1/499.

Le nombre 7, le nombre sacré, le chiffre magique

Le symbolisme des nombres? Séduisant parce qu'il fait entrer des notions d'arrière-plan métaphysique en surface de ce qui peut paraître aride, mais dangereux parce que les qualifications spécifiques données aux nombres sont très hétérogènes et parfois contradictoires. Prudence donc malgré certaines constantes observées...

Extraits de Serge Gut, *Les principes fondamentaux de la musique occidentale*, par Christian Yerly

Magique?

En raison de coïncidences historiques, physiques, ésotériques et mathématiques, le chiffre 7 est parfois considéré comme un «chiffre magique» (Wikipédia). Sur l'affichage des calculatrices et des montres numériques, 7 est le seul nombre à montrer une variation dans son glyphe (représentation graphique). La plupart des calculatrices utilisent trois segments, mais sur certaines, 7 est affiché avec quatre segments.

Sacré?

C'est le nombre sacré par excellence. On pourrait s'étendre sur de nombreuses pages. Parmi d'autres, Dom Néroman (cité) a dressé un inventaire des situations où le 7 est impliqué. Il m'a semblé intéressant de reproduire son énumération: «Tout symbolisme invoque le septénaire, issu des sept planètes, et reproduit par l'homme dans tous les domaines qui l'ont intéressé: les 7 Merveilles du monde, les 7 vaches grasses suivies des 7 vaches maigres dans le songe du pharaon, les 7 Églises d'Asie, les 7 lampes de l'architecture, les 7 paroles du Christ, les 7 sacrements et les 7 péchés capitaux, les 7 chefs contre le roi de Thèbes, les 7 douleurs de l'humanité; tant de villes bâties sur 7 collines; toute l'Apocalypse est pleine de septénaires: les 7 Esprits qui sont devant le trône, les 7 chandeliers d'or, les 7 étoiles qui sont les 7 Anges des 7 Églises, les 7 sceaux, les 7 tonnerres, les 7 trompettes, les 7 dernières plaies, l'effusion des 7 coupes (leçon de Platon).» Et il ajoute cette remarque significative: «L'homme est tellement écrasé sous le poids du septénaire cosmique – les planètes – qu'il choisit souvent le nombre 7 quand il n'a aucune raison de choisir un nombre précis.» Précisons au sujet

des 7 paroles du Christ, qu'il s'agit de celles que celui-ci prononça sur la Croix, et qui se trouvent dans les Évangiles; l'une d'entre elles se trouve chez saint Matthieu et saint Marc, trois autres chez saint Luc et les trois dernières chez saint Jean. Haydn en a fait une composition connue (Hob. XX.I).

Quant à Hindemith, il remarquait: «Le secret du nombre 7 était connu; celui qui le possédait pouvait devenir maître ou destructeur de l'univers. On comprend qu'un nombre aussi mystique et aussi inconcevable fût considéré comme sacré. Or, le domaine du sacré est également inaccessible pour le monde des sons.»

Messiaen a également été sensible au nombre 7. Voici ce qu'il nous dit à ce sujet dans son traité du rythme: «Lorsque j'orchestrais mon opéra *Saint François d'Assise*, j'allais à Bourges voir les verrières de l'Abside de la Cathédrale Saint-Étienne. À l'heure de midi, c'est surtout le vitrail de l'Apocalypse qui est cette lumière. On voit le Christ, avec le glaive à deux tranchants dans sa bouche. Dans sa main droite, le Livre aux 7 sceaux, en dessous, les 7 chandeliers. Dans sa main gauche, 7 étoiles rouges. En dessous, à droite et à gauche, les 7 anges tombant du ciel, en raccourci.»

Pour un grand nombre de commentateurs, le 7 est considéré comme un nombre parfait, il est aussi nombre premier, tout comme le 1, le 3 et le 5.

En musique, le 7 est illustré par la gamme diatonique usuelle (l'échelle des 7 touches blanches d'un piano) qui, comme chacun le sait, contient 7 notes différentes.

Extrait: Gut S., (2017), *Les principes fondamentaux de la musique occidentale, un demi-millénaire de polyphonie (1400-1900)*, Beauchesne.

L'examen de maths, un défi pour accéder à un autre monde

Les futur·e·s enseignant·e·s primaires doivent suivre un cours de mathématiques. Celui-ci a pour but qu'ils maîtrisent suffisamment cette matière pour pouvoir l'enseigner adéquatement. Melina Fornallaz a suivi ce cours et a dû travailler d'arrache-pied pour réussir l'examen. Elle nous propose un regard sur cette expérience et sur le sens qu'elle lui donne.

Nicolas Perrin

Durant votre scolarité, vous avez essayé d'échapper aux mathématiques. Quel a été votre parcours avant d'arriver à la HEP?

Melina Fornallaz: J'ai fait des études au Portugal. J'ai bien eu des cours de mathématiques, mais j'en garde un très très mauvais souvenir. Par exemple, lorsqu'on calculait, chaque élève devait montrer sur une ardoise son résultat, puis l'un d'eux était interrogé par l'enseignant. J'avais juste envie de me cacher sous la table. Je n'avais pas envie de dire à voix haute ma réponse. Je n'appréciais déjà pas vraiment cette discipline. Mais cette manière de procéder renforçait mon blocage.

Depuis, vous avez découvert d'autres manières de procéder...

Oui, dans le système suisse, j'ai découvert qu'on favorisait la collaboration entre élèves plutôt que de les mettre en concurrence. Par ailleurs, on ne fait pas que du calcul. Au Portugal, je n'avais pas de jeux de logique. Et du coup j'avais une vision biaisée des mathématiques. Or les mathématiques sont beaucoup plus riches que les calculs! Et quel plaisir de voir les élèves lorsqu'ils sont fiers d'eux parce qu'ils ont réussi à résoudre un problème, quelque chose qui les tenaillait. Individuellement, c'est beaucoup plus difficile parce qu'il faut persévérer sans aide. Alors que la recherche en groupe et le problème constituent une forte émulation.

La suite de votre scolarité ne vous a pas donné de nouvelles opportunités...

Quand je suis passée au lycée français, j'étais dans une classe normale où je devais aussi apprendre des mathématiques. Mais nous devions très vite choisir entre des options scientifiques ou littéraires. Pour moi, c'était assez évident, je ne voulais pas les mathématiques. Les enseignant·e·s que nous avions le sentaient bien. Et j'arrivais toujours à me mettre au fond de la classe... Comme pour réussir son bac, il fallait obtenir une

moyenne, mon incompréhension des mathématiques n'a pas trop porté à conséquence.

Puis, vous vous retrouvez à la HEP...

Je me suis en effet retrouvée face à l'obligation de faire des mathématiques. J'ai paniqué. J'allais aux cours de mathématique. Mais je ne comprenais rien. Je comprenais l'importance de comprendre les mathématiques. Mais j'étais émotionnellement complètement bloquée. En allant aux séminaires, j'étais tétanisée. J'avais peur d'être interrogée et de ne pas savoir. Je suis allée à l'examen de juin, mais j'avais à ce moment d'autres priorités. En septembre, j'ai refait l'examen. Je l'ai préparé consciencieusement, mais au fond de moi, je me rendais bien compte que je ne comprenais pas. Il me manquait des choses de base. J'avais honte de moi parce que je voyais bien que je n'avais pas le même niveau que les autres étudiant·e·s. Je n'avais pas fait le même cursus qu'eux... J'ai raté une deuxième fois l'examen...

Et puis, vous avez eu le courage d'affronter cette situation...

Deux mois avant ma troisième tentative, je me suis réveillée et je me suis dit: «Si tu ne réussis pas cet examen, tu devras renoncer au métier que tu rêves d'exercer.» C'était ma dernière chance. J'ai encore essayé toute seule, mais je voyais bien que ça ne fonctionnait pas. J'ai pris rendez-vous avec M. Deruaz. Il m'a reçue. Il a fait un diagnostic sans complaisance de la situation. Il m'a aussi dit que les étudiant·e·s qui réussissent - comme moi - certains examens clés de la HEP finissent par réussir celui de mathématiques. Mais il m'a aussi dit une phrase très difficile: «Il ne vous reste que deux mois, réveillez-vous.» Je lui ai répondu, avec beaucoup de respect: «Vous allez voir, je vais y arriver!... Sauf qu'en sortant je me suis dit: «Mais comment?» Je l'ai contacté à nouveau. Il m'a proposé quatre séances

avec son assistante. Je me suis dit: «C'est déjà ça, super, mais quatre fois ça va pas suffire du tout.» J'ai téléphoné à une dame qui a aussi fait la HEP. Elle m'a conseillé un professeur de math qu'elle avait également sollicité parce qu'elle était bloquée. C'était ma seule chance, je l'ai appelé.

Et à partir de ce moment, ce fut une course contre la montre...

Nous avons commencé. Rapidement, il m'a dit que je comprenais très vite. Mais sans rigoler, j'ai dû travailler six heures par jour. C'était jour et nuit. J'avais énormément à rattraper. On se voyait deux fois par semaine.

Et vous avez beaucoup appris...

C'est là que j'ai compris aussi le rôle de l'enseignant. Il m'a rassurée. Il ne m'a jamais laissée. Il a réussi à me débloquer et surtout j'ai réussi à apprendre les maths en riant, en prenant du plaisir. Là, je me suis dit: «Moi aussi je veux être une enseignante comme ça!» Je me suis rendu compte qu'il n'y a pas de honte à avoir fait ce que j'ai fait. «Tu dois être fière de toi et tu peux t'en servir pour tes propres élèves qui ont des difficultés et des blocages.»

Vous preniez du «plaisir»?

J'ai donné du sens... Je me demandais: «À quoi ça me sert dans mon travail, dans mon futur métier?» Je ne comprenais pas le lien. Mais mon professeur m'a montré que si nous calculons facilement dans une base 10, il est utile d'apprendre les autres bases, ne serait-ce que pour se rendre compte du niveau de difficulté pour un apprenant qui apprend la base 10. Concrètement, cela m'a surtout apporté de me mettre à la place des élèves pour comprendre comment je peux les aider face à une erreur, à apprendre à voir et à décortiquer un problème pour que je puisse le faire moi-même.

Aider, c'est rassurer, c'est débloquer et c'est de donner du plaisir. Vous pouvez m'en dire plus?

Si on apprend la persévérance, on apprend la confiance et le plaisir. Il y a les feuilles, les problèmes... Le plaisir, c'est de chercher vraiment à réussir, à construire une logique. Pouvoir dire: «Alors voilà, j'ai un problème, mais j'arrive à construire une logique par moi-même parce que j'en ai les capacités, j'en ai les moyens.» Il y a les données. Déjà à cette étape, on se dit: «J'arrive.» Puis on creuse. On peut se tromper, mais on sait qu'on arrive à construire une logique... C'est une satisfaction: ce n'est pas rien de faire cette recherche sans faute!

J'essaie de reformuler... Le plaisir vient quand il y a un mélange de réussite et de compréhension. Cela ne veut pas dire que la réussite est facile. Mais il faut réussir un peu... pour garder la conviction qu'on peut réussir, et ainsi avoir du plaisir à chercher et essayer de comprendre...

Oui c'est vrai, c'est tout à fait cela. On commence à avoir suffisamment de réussite et de compréhension

pour que, du coup, l'obstacle devienne un jeu. C'est exactement ça. Je pense que c'est comme cela dans toutes les branches. Je pense que pour les élèves, ce sera la même chose. Si on réussit à leur donner des clés pour accéder au plaisir, ils seront fiers d'eux.

Leur donner le plaisir, c'est donc les aider à accéder à cette confiance suffisante pour aimer que ça résiste?

Oui. Grâce à cette expérience, j'ai une autre vision de l'enseignement. On m'avait souvent dit «Ce n'est pas facile d'y voir du plaisir» ou alors «Ce n'est pas le but du jeu que d'avoir du plaisir». C'est vrai, le but de l'école n'est pas le plaisir. Mais pourquoi ne pourrait-on pas enseigner le plaisir à travers les apprentissages? Pour moi, on ne doit pas séparer les deux. J'ai eu le plaisir d'apprendre et je pense que souvent on oublie cela. Si on peut réussir à le faire pour certaines branches, ou à certains moments, on peut le faire pour d'autres... Pour ceux qui ont un blocage, je pense qu'il faut prendre le temps, ne pas les stresser. Il faut d'abord le prendre sous forme de jeu. Il ne faut pas paniquer et essayer de trouver le jeu.

Le professeur avec qui vous avez travaillé vous proposait des jeux?

Oui, il faisait aussi les problèmes qu'il me donnait. Cela devenait un jeu parce que je voyais qu'il le vivait dans son coin. Il me disait: «Moi aussi, je n'ai pas la science infuse. Je dois aussi chercher.» On était les deux en train de chercher et finalement ça devenait un plaisir parce que tous les deux, nous réfléchissions au problème. Et puis, si je me trompais, il y avait beaucoup de respect. Jamais aucun jugement. C'est cette émulation, chacun face à notre truc qui résiste, même si ce n'est pas tout à fait de la même manière. Et on a du plaisir à partager cette résistance. C'était drôle, on était à la bibliothèque de Chaudron avec toutes nos feuilles...

La beauté de l'apprentissage, n'est donc pas celle de comprendre tout de suite, mais celle d'avoir du plaisir dans la recherche?

Moi je pense que oui. Quand je vois mes élèves, quand ils comprennent tout de suite, oui ils sont fiers d'eux. Mais ceux qui cherchent vraiment... quand je vois leurs yeux qui brillent, c'est ça pour moi l'apprentissage.

...

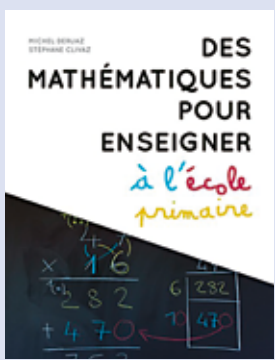
Après avoir pris congé, Melina Fornallaz revient en arrière et me dit:

Je voulais juste rajouter... Quand j'étais petite, quand on demandait des calculs, ce n'était que juste ou faux. On ne voyait pas ce qui était derrière. On ne cherchait pas le travail. Même si c'est faux, il y a quand même un raisonnement derrière, mais si on ne le voit pas... Quand on préparait mon examen, on voyait tout le raisonnement. Même si je pouvais me tromper, à la fin, on me disait «tu as compris». Si c'est faux, ça annule tout le travail, il me semble...

Des mathématiques pour enseigner... avec plaisir?

L'ouvrage *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire* vient de paraître. Il s'adresse aux enseignantes et aux enseignants de l'école primaire en leur proposant d'approfondir les mathématiques qu'ils enseignent afin de donner plus de relief à ces mathématiques et, peut-être, de les enseigner avec plus de plaisir¹.

Michel Deruaz & Stéphane Clivaz



DES MATHÉMATIQUES POUR ENSEIGNER à l'école primaire

Pour moi c'est mécanique... je dois dire... et puis j'ai jamais vraiment... En fait je reconnais, mes connaissances en mathématiques insuffisantes, là! Et puis peut-être que, personnellement, on ne me l'a jamais expliqué. J'ai pris ce truc... J'aime pas trop les maths! (rire) Mais j'aime bien expliquer...

Cette déclaration figure en exergue de l'ouvrage. Elle a été recueillie auprès d'une enseignante que nous avons interrogée à propos de son enseignement des algorithmes de la soustraction et de la multiplication en colonnes. Nous avons été étonnés qu'elle justifie auprès de ses élèves toutes les étapes de l'algorithme de la soustraction, alors qu'elle ne présente celui de la multiplication que comme une «recette». Lors d'une discussion avec elle, nous avons pu constater que cette différence ne résulte pas d'un choix, mais de connaissances mathématiques adéquates dans le cas de la soustraction, mais insuffisantes dans le cas de la multiplication. Cette enseignante comprend l'algorithme de la soustraction et l'explique à ses élèves. Par contre, si elle sait évidemment effectuer une multiplication en colonnes, elle ne comprend pas pourquoi cet algorithme fonctionne et ne peut donc que le montrer

à ses élèves sans explication. Comme peut le suggérer la fin de la citation «mais j'aime bien expliquer...», ce manque de connaissances spécifiques génère chez elle un sentiment de frustration...

La situation de cette enseignante n'est pas unique. Les recherches que nous avons menées indiquent que les connaissances mathématiques des enseignant·e·s ont une influence sur leurs choix didactiques. Nous avons constaté qu'il n'existe aujourd'hui que très peu de ressources en français à proposer aux enseignant·e·s généralistes pour compléter leurs connaissances dans ce domaine. Ce livre met à disposition nos expériences de formateurs et nos recherches afin de combler ce manque et de contribuer au développement des connaissances mathématiques des enseignant·e·s.

L'objectif de cet ouvrage est ainsi de proposer des explications pour prendre du recul sur les connaissances mathématiques enseignées durant les premières années de la scolarité. Il permet en quelque sorte de «ré-apprendre ce que l'on sait déjà». Le développement de ces connaissances mathématiques permet ainsi d'offrir aux enseignant·e·s plusieurs choix didactiques quant aux explications qu'ils proposent à leurs élèves.

Ce livre n'est pas un ouvrage de didactique, car, sauf dans des cas très particuliers, nous ne prenons pas position sur ces choix. Il peut par contre faciliter la compréhension d'éléments didactiques présents dans les plans d'études, dans les manuels scolaires ou dans d'autres ouvrages professionnels. Ce livre n'est pas non plus un manuel scolaire ou un document d'accompagnement: son contenu est destiné aux enseignant·e·s et non aux élèves. Son contenu se nourrit, entre autres, des cours destinés aux étudiant·e·s en formation à l'enseignement primaire de la Haute école pédagogique du canton de Vaud, à Lausanne. Il est accessible aux étudiant·e·s se destinant à enseigner à l'école primaire et à toute personne intéressée par les mathématiques de l'école primaire. Sa lecture ne nécessite pas

de connaissances mathématiques autres que celles de l'école obligatoire. Il peut être lu du début à la fin ou chapitre par chapitre. Il peut aussi servir d'ouvrage de référence à partir de l'index.

Les chapitres traités concernent les ensembles, la logique, la géométrie, les grandeurs et la mesure ainsi que les notions de repérage, les nombres et les opérations, l'écriture des nombres et les calculs que l'on peut faire avec ces nombres, les fonctions et la proportionnalité, ainsi que, en appendice, l'écriture des nombres et les opérations dans d'autres bases que la base dix.

Par ailleurs, les lectrices et les lecteurs rencontreront, au fil des chapitres, un certain nombre d'encarts qui sont en lien avec le contenu du chapitre. Ces encarts sont de plusieurs types: certains se réfèrent à des éléments historiques ou culturels, d'autres à des éléments mathématiques qui ne concernent pas l'école primaire. La plupart de ces encarts traitent toutefois d'éléments en lien avec l'enseignement des mathématiques dans les classes de l'école primaire.

Comme le signale Frédéric Tempier dans sa postface, l'ouvrage fait «appel à différentes représentations d'un même concept. Les nombres entiers sont ainsi représentés à travers du 'matériel' dessiné (comme des jetons), la file et la droite numérique, le tableau de numération et l'abaque, les configurations rectangulaires, etc. Ce sont des points d'appui pour comprendre les règles de l'écriture en chiffres et les techniques de calcul avec ces écritures. Ces différents regards sur un même objet mathématique permettent par exemple d'éclairer le fonctionnement des algorithmes des quatre opérations, dont on sait que le statut et la valeur des 'retenues' peuvent rester obscurs chez les futurs enseignants [...]. Ici, ces algorithmes sont mis en relation avec les propriétés des opérations et les principes de la numération décimale de position. La mise en parallèle pour une même opération, de différents algorithmes plus ou moins élaborés, permet aussi de prendre conscience de l'intérêt et des limites des algorithmes usuels.»

De plus, les notions traitées concernent tous les degrés de l'école primaire, depuis leur fondement jusqu'à leur développement. Ainsi, par exemple, les nombres sont définis par leur fonction de dénombrement comme



aux premiers degrés de la scolarité et sont développés jusqu'aux fractions. De même, les définitions des grandeurs et de leurs mesures peuvent constituer des points d'appui pour enseigner dès les premiers degrés (définition de la grandeur «longueur») jusqu'en dernière année d'école primaire (justification des formules d'aires par décompositions et recompositions de surfaces). Nous espérons ainsi contribuer à élargir l'horizon mathématique des enseignant-e-s et leur permettre d'avoir une vision plus complète des apprentissages passés et futurs des élèves.

C'est cette vision à la fois plus globale et plus précise, cette prise de recul et cette étude parfois détaillée qui peut permettre de faire des choix plus libres en fonction des élèves et des classes, de permettre au «j'aime bien expliquer» de s'exprimer et de déboucher sur un «j'aime enseigner les maths!»

¹ Cet article est partiellement extrait de l'avant-propos du livre *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire*, de Michel Deruaz et Stéphane Clivaz, postface de Frédéric Tempier, paru aux PPUR.

$$\begin{array}{r}
 \overset{5}{\cancel{6}} \overset{16}{7} \overset{15}{\cancel{8}} 2 \\
 - 1978 \\
 \hline
 4784
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6 \overset{17}{7} \overset{16}{8} 2 \\
 - \overset{1}{1} \overset{9}{9} \overset{1}{7} 8 \\
 \hline
 4784
 \end{array}$$

Trois algorithmes de soustraction permettant d'effectuer l'opération 6762-1978.

La description, la justification et la comparaison des avantages de ces algorithmes se trouvent dans le chapitre *Écriture et calcul*.

$$\begin{array}{r}
 6762 \\
 - 1978 \\
 \hline
 4784
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 5999 \\
 - 1978 \\
 \hline
 4021 \\
 + 763 \\
 \hline
 4784
 \end{array}$$

L'angle mort de l'intuition

Les connaissances professionnelles sont parfois éclipsées par l'intuition, pouvant – dans cet «angle mort» – conduire à certaines incompréhensions entre les enseignant·e·s et leurs élèves. Dans une recherche récente (Gvozdic & Sander, 2018), nous avons pu montrer que c'est lorsque les élèves font face à des problèmes apparemment intuitifs, mais présentant pourtant des obstacles à la résolution, que les difficultés rencontrées sont les plus complexes à saisir, y compris pour des enseignant·e·s. Ainsi, nos intuitions tenaces peuvent nous rendre moins lucides sur la difficulté d'un problème.

Katarina Gvozdic & Emmanuel Sander, IDEA (Instruction, Développement, Éducation, Apprentissage), Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Université de Genève

Si des élèves de 4P sont sollicité·e·s pour trouver le résultat aux quatre énoncés suivants, il s'avère que deux de ces problèmes seront en moyenne bien mieux réussis que les deux autres. Quels sont-ils? Nous proposons au lecteur de chercher à répondre à cette question avant de poursuivre sa lecture.

1. Pauline va en récréation avec 27 billes. Pendant la récréation, elle gagne des billes et maintenant elle en a 31. Combien de billes Pauline a-t-elle gagnées?
2. Pauline va en récréation avec 31 billes. Pendant la récréation, elle perd 27 billes. Combien de billes reste-t-il à Pauline?
3. Pauline va en récréation avec 4 billes. Pendant la récréation, elle gagne des billes et maintenant elle en a 31. Combien de billes Pauline a-t-elle gagnées?
4. Pauline va en récréation avec 31 billes. Pendant la récréation, elle perd 4 billes. Combien de billes reste-t-il à Pauline?

Ces quatre énoncés ont des points communs: non seulement ils narrent tous des scénarios de parties de billes impliquant des gains ou des pertes, mais ils sont en outre tous solubles par la même opération mathématique, en l'occurrence une simple soustraction. En revanche, ces énoncés diffèrent par deux caractéristiques: d'une part, dans deux d'entre eux (le 2 et le 4), on cherche combien il reste, alors que dans les deux autres (le 1 et le 3), on cherche combien a été gagné; d'autre part, deux d'entre eux (le 1 et le 2) font intervenir deux grands nombres (31 et 27), alors que les deux autres (le

3 et le 4) font intervenir un grand nombre et un petit nombre (31 et 4).

Ainsi, on peut être tenté de penser que les problèmes 2 et 4 sont les plus simples à résoudre parce qu'ils rencontrent l'intuition que soustraire c'est chercher ce qui reste à l'issue d'une perte (voir dans ce même numéro l'article *S'appuyer sur les conceptions intuitives des élèves pour aller au-delà*, p. 50); on peut aussi imaginer que c'est la complexité de l'opération elle-même qui conditionne la difficulté du problème et dans ce cas proposer vraisemblablement que le 3 et le 4 sont les deux plus simples, car il suffit d'ôter un petit nombre. Pourtant, que l'on aboutisse à l'une ou l'autre de ces conclusions, on se sera trompé. Des recherches menées auprès de grandes cohortes d'élèves (Brissiaud & Sander, 2010; Gvozdic & Sander, 2017) ont en effet montré que tant en début qu'en fin d'année scolaire, les problèmes 1 et 4 sont beaucoup mieux réussis que les problèmes 2 et 3, typiquement par les trois-quarts de la classe pour les deux premiers et par à peine 40% des élèves pour les deux autres. Alors, si ce n'est ni la situation décrite par l'énoncé ni la complexité de l'opération arithmétique concernée qui dicte principalement la difficulté, qu'est-ce qui explique ce phénomène? Il s'agit de la possibilité pour l'élève d'aboutir à la solution par simple simulation mentale de la situation décrite par l'énoncé: en effet, si on analyse les énoncés sous cet angle, on perçoit que l'énoncé n° 1 se résout en comptant mentalement combien sépare 27 de 31, et le n°4 en ôtant 4 de 31. En revanche, la même stratégie que pour le problème 1 appliquée au problème 3

conduit à se perdre dans la tentative d'aller de 4 à 31, tandis que la même stratégie que pour le problème 4 appliquée au problème 2 conduit à échouer en tentant laborieusement d'ôter 27 de 31.

Le fait de réussir à repérer une difficulté de la sorte, en l'occurrence une stratégie particulière mise en œuvre par les élèves dans certains contextes, relève de ce que Shulman (1986) a nommé les connaissances pédagogiques du contenu. Elles concernent les conceptions et les processus mis en œuvre par les élèves dans la discipline considérée, au-delà des éléments de savoir propre à cette discipline. Shulman inclut ces connaissances pédagogiques dans les connaissances professionnelles des enseignant-e-s, qui s'appuient sur elles pour faire face aux questions suivantes: «Comment les enseignants décident-ils de ce qu'ils vont enseigner? des modes de présentation des contenus d'enseignement? des questions à poser aux élèves? des manières de traiter les problèmes de compréhension des élèves? ... Comment l'expertise disciplinaire se transforme-t-elle pour tenir compte des modes de pensée des élèves...?» (Shulman, 1986, p.8)

Les situations-problème peuvent être distinguées selon qu'elles sont conformes ou non aux conceptions intuitives. Lorsqu'une conception intuitive - ce que nous expérimentons chaque jour dans la vie quotidienne - coïncide avec une notion scolaire, nous sommes dans le domaine de validité de cette conception intuitive (Lautrey et al., 2008). C'est le cas des énoncés 2 et 4 où il s'agit de trouver le résultat à l'issue d'une perte. Dans le cas contraire, nous sommes hors de ce domaine de validité. Ainsi, si on soumet à un-e élève un énoncé tel que «J'ai 18 billes, après avoir joué une partie j'en ai 22, combien de billes ai-je gagnées?», l'élève est susceptible d'éprouver des difficultés à voir qu'une soustraction résout ce problème, car il ne se situe plus dans le domaine de validité de sa conception intuitive de la soustraction. Pourtant cet-te élève trouvera en général facilement la solution en comptant mentalement de 18 à 22.



© niro

Or, l'idée que la conformité à la conception intuitive gomme les difficultés paraît solidement ancrée. Un problème mathématique conforme à la connaissance intuitive est considéré comme plus facile à résoudre par les élèves qu'un problème en dehors de son domaine de validité. Ainsi, on peut faire l'hypothèse que lorsque la résolution d'un problème mathématique relève de la mobilisation de conceptions intuitives, par exemple l'idée que «soustraire, c'est enlever», sa complexité pourra passer inaperçue y compris pour

Au commencement du monde...

Au commencement du monde et des nombres, un jour le «Un» fut le premier jour. Dans l'univers du vide retentit un cri, qu'il fut le seul à entendre. «Je suis l'unique!» Il resta ainsi, plein de lui, ravi. Il s'aimait tant que bientôt ce fut pour lui une blessure de ne pouvoir, une seule fois, admirer sa figure. Sur sa patte unique, il parcourt le monde: là, une mare à l'eau limpide. Il s'approche, se penche, il se voit: «Oh beauté!» Il se baisse, il se bise. Narcisse, bis, et dès

l'instant il est Deux. «Eh oui, Mesdames et Messieurs, pour s'aimer vraiment, il faut être deux.» La mare luit, l'eau se trouble, plusieurs Uns apparaissent. «Moi, trois, je suis toi, toi et toi. » Il n'y a que de l'un dans l'autre, et de l'unique dans le multiple.

(Extrait d'une pièce de théâtre *One-Zéro Show, Pièce en 0 acte et un tableau blanc*, Seuil, 2001)



© nito

un.e enseignant.e. À l'inverse, lorsqu'une résolution complexe – c'est-à-dire pour laquelle une simulation mentale est insuffisante – demande d'aller à l'encontre de ces mêmes connaissances intuitives, comme l'idée que «soustraire, c'est chercher l'écart», le problème est perçu comme difficile et paraît nécessiter le recours à des stratégies éducatives spécifiques pour pouvoir être résolu.

Nous nous sommes demandé (Gvozdic & Sander, 2018) si les conceptions intuitives ont un impact sur la manière dont les enseignant.e-s conçoivent la difficulté de résolution d'un problème mathématique par les élèves. Pour répondre à cette question, nous avons confronté des enseignant.e-s d'école primaire et des personnes d'autres professions en leur demandant de

comparer à chaque fois la difficulté de trouver la solution à deux problèmes mathématiques relevant ou non de la conception intuitive. À chaque fois, les participant.e-s devaient dire quel problème était le plus facile à résoudre et pourquoi. Nos résultats ont montré que lorsque les énoncés ne se situent pas dans le domaine de validité de la conception intuitive, les non-enseignant.e-s ont de plus grandes difficultés à expliquer pourquoi l'un est plus difficile à résoudre que l'autre que les enseignant.e-s, qui disposent de connaissances professionnelles permettant de poser un regard avisé sur cette problématique d'apprentissage et ses solutions. Jusque-là, nous trouvons bien confirmation que la formation et la pratique portaient leurs fruits.

En revanche, lorsqu'un problème difficile à résoudre fait malgré tout partie du domaine de validité de la conception intuitive, comme c'est le cas du problème 2 de la liste introductive, les enseignant.e-s se sont trouvés.e-s aussi démunis.e-s que les autres participant.e-s pour expliquer d'où provient la difficulté. Ainsi, il est apparu que les enseignant.e-s réussissent à mobiliser leurs connaissances professionnelles lorsque les énoncés vont à l'encontre des intuitions, mais butent lorsque les énoncés s'inscrivent dans le domaine de validité de la conception intuitive. Ceci montre que, dans certains contextes, les connaissances pédagogiques des enseignant.e-s s'éclipsent au profit de leur intuition, ce qui les empêche de mesurer la difficulté que peut poser le problème mathématique aux élèves, quelles que soient les années d'expériences professionnelles.

Cela montre la puissance du stéréotype qui veut que tout ce qui se situe dans le champ de la conception intuitive est facilement résolu. Surpasser ce stéréotype constitue un enjeu pour la formation des enseignant.e-s. Sans cela, le risque est d'éprouver des difficultés à saisir les obstacles rencontrés par de nombreux élèves dans la résolution de problèmes qui paraissent pourtant intuitifs, et d'éprouver des difficultés à y apporter les solutions adéquates. Être formés sur les raccourcis trompeurs de l'intuition permettrait au contraire de prédire les difficultés susceptibles de survenir, de les comprendre et d'orienter au mieux les élèves dans les diverses phases de l'apprentissage. •



Références bibliographiques

- Brissiaud, R., & Sander, E. (2010). «Arithmetic word problem solving: a Situation Strategy First Framework». *Developmental Science*, 13(1), 92-107.
- Gvozdic, K. & Sander, E. (2017). «Solving additive word problems: Intuitive strategies make the difference». In B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Eds.), *Proceedings of the 39th Annual Conference of the Cognitive Science Society*. London, UK: Cognitive Science Society.
- Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). «When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies». *Educational Studies in Mathematics*, 98(2), 157-175.
- Lautrey, J., Rémi-Giraud, S., Sander, E., & Tiberghien, A. (2008). *Les connaissances naïves*. Paris, Armand Colin.
- Shulman, L. S. (1986). «Those who understand: knowledge growth in teaching». *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Par amour des maths

Contester la mathématisation du monde

«Quand j'étais enfant, j'avais pour habitude d'observer la circulation par la vitre, dans la voiture, et d'étudier les chiffres sur les plaques d'immatriculation. Je réduisais chaque plaque à des éléments fondamentaux, en me servant des nombres premiers qui la composaient. $45 = 3 \times 3 \times 5$. C'est ce qu'on appelle la factorisation, et c'était mon passe-temps favori. Les nombres premiers intriguaient tout particulièrement la mathématicienne en herbe que j'étais. Cet amour des maths a fini par devenir une passion.»

Etienne Vellas explorant le livre de Cathy O'Neil¹

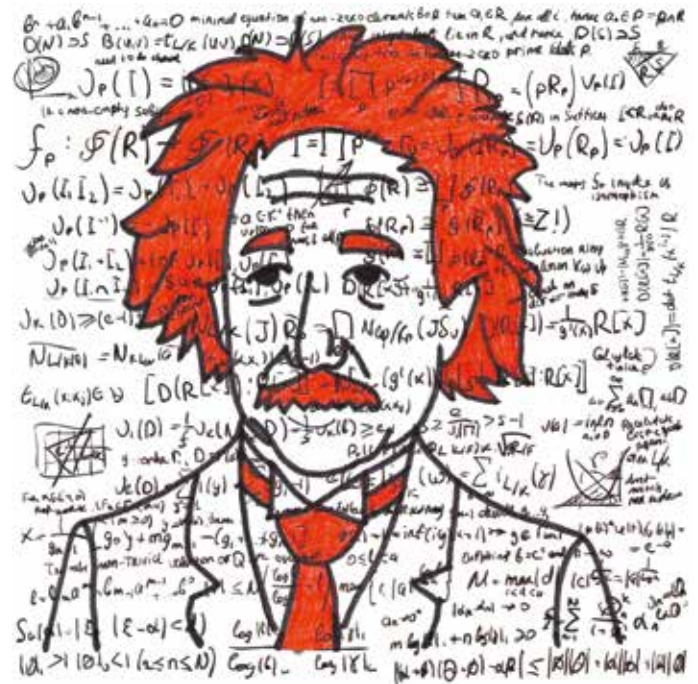
A 14 ans, Cathy est partie en stage de mathématiques pour l'été. Elle en revient en serrant un Rubik's Cube sur sa poitrine. Les mathématiques lui offrent alors, dit-elle, «un refuge bien ordonné, à l'abri de la confusion du monde réel».

Dans les années 80, les math propulsaient le monde vers l'avant, élargissant le champ des connaissances, démonstration après démonstration. Cathy eut envie d'apporter sa contribution à cette évolution. Elle s'inscrivit à l'université, fit une thèse sur la théorie algébrique des nombres, un domaine de recherche qui trouvait son origine dans toutes les factorisations qu'elle avait effectuées enfant. Elle fut professeure dans un collège qui partageait son département avec celui de l'Université de Columbia.

Puis elle bifurqua complètement. Abandonnant l'université pour la finance, elle passa de la théorie abstraite à la pratique. Elle devint «analyste quantitatif» dans une entreprise gérant un des principaux fonds spéculatifs des États-Unis. Au départ, c'est l'enthousiasme de travailler dans ce laboratoire qu'est l'économie mondiale. «Nos opérations sur les nombres se traduisaient en milliers de milliards de dollars, qui circulaient d'un compte à l'autre.»

Mais, en 2008, un peu plus d'un an après son arrivée, tout s'écroule. Le krach financier lui révèle que les mathématiques étaient non seulement mêlées aux problèmes du monde, mais souvent les alimentaient.

Grâce à leurs extraordinaires pouvoirs, elle constate que les mathématiques, qu'elle vénérât tant, associées à la technologie, étaient en train de décupler le chaos et le malheur, en donnant une ampleur et une efficacité redoutables à des systèmes qu'elle savait désormais défectueux.



«Si nous avons fait preuve de lucidité à ce stade, nous aurions tous pris un peu de recul pour comprendre le mauvais usage qui en avait été fait, et comment empêcher à l'avenir une catastrophe similaire.» Mais, au lieu de cela, dans le sillage de la crise, les nouvelles techniques mathématiques susciterent plus d'engouement que jamais, gagnant davantage de secteurs, promettant ainsi des gains spectaculaires.

Cathy O'Neil, aujourd'hui, insiste sur ce qui constitue le vrai problème: notre représentation que nous nous sommes faite au début de ces programmes informa-

tiques. Vendus comme des moyens de gagner un temps fou et moyens équitables et objectifs, puisque sous forme de chiffres impartiaux. Des machines venaient enfin remplacer les gens qui, sur la base de leurs préjugés multiples, fouillaient nos documents, nos vies! Or ces applications mathématiques reposaient bel et bien sur des choix faits par des personnes faillibles. Qui pouvaient d'ailleurs les faire avec les meilleures intentions du monde aussi. Mais qui, pour autant, enco- daient justement des préjugés, des malentendus, des partis pris humains au cœur des systèmes informa- tiques qui régissent de plus en plus nos vies. Telles des divinités mystérieuses, ces modèles mathématiques demeurent opaques, leurs rouages, invisibles de tous. Sauf des dieux en la matière: les mathématicien-ne-s et les informaticien-ne-s. Leurs verdicts étant sans appel et ne souffrant aucune discussion. Fussent-ils erronés. Nuisibles.

Nous le savons, Cathy O'Neil a alors trouvé un nom pour désigner ces modèles nocifs: des Armes de Destruction Mathématique (ADM en abrégé). Et aujourd'hui, cette passionnée des chiffres, brillante mathématicienne, est devenue une figure majeure de la lutte contre les dérives cachées des algorithmes. Son ouvrage *Algorithmes. La bombe à retardement* fait le tour du monde. Car il nous pose cette question: voulons que des for- mules mathématiques décident à notre place? La pe- tite Cathy qui s'amusait avec les chiffres des plaques de voitures provoque un débat essentiel. Pour que son amour des mathématiques puisse se vivre comme une passion saine. Au service des hommes. Et non contre eux.

¹ Cathy O'Neil (2019 traduction française). *Algorithmes. La bombe à retar- dement*. Éd. Les Arènes. Titre original (2016): *Weapons of Math Destruc- tion. How Big Data Increases Inequality et Threatens Democracy*. New York, Crown 2016

La croissance de l'activité statistiques, une question sociale

Christian Yerly

Au cours de la première moitié du XIXe siècle, une profonde mutation s'opère avec la crois- sance extraordinaire de l'activité statistique, c'est l'avènement des sociétés d'individus. Ausculter, explorer, apprivoiser, gouverner ces nouveaux types de sociétés en mouvement permanent, travaillées de forces aussi puissantes que difficiles à cerner, la statistique connut un développement aussi rapide et d'une grande ampleur. Les renseignements délivrés étaient d'autant plus désirés et prisés que l'objet se montrait non seulement inédit et mystérieux, mais convulsif et dangereux, en proie à un mal aussi pro- fond que redoutable: ce qu'on a appelé la «question sociale».

Le paupérisme, un mal nouveau

Dans l'ambiance optimiste du XVIIIe siècle, on voyait dans le développement de l'industrie et du commerce une prospérité générale. Le XIXe accom- plit partiellement les promesses: la richesse globale augmentait considérablement, les anciens privilèges furent abolis et la dynamique démocratique se pour- suivit. Mais les promesses étaient aussi démenties: un phénomène inédit surgit, imprévu, massif, dé- primant et dangereux: le paupérisme. (...) Le néo- logisme signale que l'on a affaire à un phénomène

nouveau qui frappait les contemporains. Si la misère ancienne faisait plus ou moins partie de l'ordre des choses, le paupérisme, quant à lui, était une maladie sociale. (...)

D'où venaient les pauvres?

Question insistante, lancinante, inévitable, susci- tant l'intérêt pour toutes les études susceptibles de l'éclairer. À défaut de savoir résoudre le problème, on multipliait les relevés et enquêtes statistiques afin de l'apprivoiser – chacun espérant trouver, dans des in- formations recueillies, des arguments propres à sou- tenir la position qu'il défendait.

Dans l'optique libérale, les pauvres étaient respon- sables de leur condition: les ouvriers avaient cette détestable habitude de travailler autant qu'il leur était nécessaire pour vivre, au lieu de travailler le plus pos- sible pour élever leur niveau de vie. Les bourgeois étaient portés à interpréter en termes de paresse ou d'incurie des comportements qui relevaient, en vé- rité, d'une mentalité traditionnelle où, pour le com- mun des mortels, il s'agissait par le travail non de chercher à améliorer sa condition, mais d'assurer sa subsistance dans le cadre coutumier.

Sources (extraits): Rey O., (2016), *Quand le monde s'est fait nombre, Les Essais*, Stock

Une petite fable théâtrale sur la beauté des objets mathématiques et sur le plaisir de les apercevoir

Jimmy Serment & Thierry Dias, HEP VD, UER MSN

La pièce de théâtre

Platon: «Mesdames, Messieurs, je me présente: Platon, le passeur de mathématiques...

Je vous avoue que j'ai un peu de mal avec cette mission: passer les maths! On dirait qu'il y a souvent de la résistance parmi mes semblables. Comme s'ils ne voulaient pas apprendre les mathématiques, je ne comprends pas pourquoi, ils disent qu'ils en ont peur... Et pour cette mission de transmission, figurez vous que je ne peux même pas compter sur les mathématiciens... Tiens en voici justement un qui passe. Vous allez voir!»

Justement, passe alors un mathématicien

«Puis-je compter sur vous Monsieur le mathématicien?»

Le mathématicien: «Oh là là non! Certainement pas. Il faudrait d'abord savoir avec quel ensemble de nombres il faut réfléchir, déduire, raisonner, choisir une base... Pfff, c'est très compliqué!»

Il continue de dire des choses inaudibles en marchant et en tournant en rond.

Platon: «Vous voyez, on ne peut même pas compter sur les mathématiciens pour passer ses connaissances. Il me faudrait une autre aide, peut-être qu'un magicien ferait l'affaire finalement?»

Justement, passe alors un magicien doté d'un grand chapeau.

«Monsieur, seriez-vous magicien par hasard?»

Le magicien: «De la chance vous avez! Magicien je suis.»

Platon tout bas: «On dirait qu'il parle à l'envers...»

Platon, en s'adressant au magicien: «Auriez-vous la faculté de faire apparaître et disparaître des choses? Cela m'intéresserait énormément.»

Le magicien: «Quelle aubaine pour vous, faire apparaître et disparaître telle est ma spécialité!»

Platon: «Quelle fortune pour moi!

Voilà, je travaille actuellement sur un nouveau projet: des solides parfaits. Je les ai modestement appelés les solides de Platon. Ce ne sont que des idées dans ma tête, mais j'aimerais les rendre réelles pour que mes semblables puissent les voir, les toucher et ainsi les comprendre. Pour moi ils sont la juste métaphore des cinq éléments: la terre, l'eau, le feu, l'air et... et tout le reste.»

Le magicien: «D'une simplicité remarquable cela est, avec mon talent. Expliquez-moi juste à quoi ressemblent vos trucs là... vos solides quoi si j'ai bien compris.»

Platon: «Le premier doit être presque sphérique, car je veux qu'il représente l'eau. J'avais pensé à une forme de bulle, ou de goutte et j'ai commencé à le construire dans ma tête, mais je suis bloqué. Je ne sais pas comment continuer. Par contre je connais déjà son nom: il s'appellera icosaèdre!»

Le magicien: «C'est un nom bien compliqué, j'aurais besoin d'un mathématicien pour m'aider.»

Platon: «Justement, un mathématicien nous avons là.»

Platon tout bas: «Voilà que je me mets à parler à l'envers moi aussi...»

Il désigne le mathématicien qui tourne toujours en rond.

Le magicien: «Je propose d'envouter ce mathématicien pour qu'il construise votre...»

Platon: «Icosaèdre!»

D'un coup de baguette magique, le magicien envoute le mathématicien qui se lance tout de suite dans une construction frénétique qui aboutit à un joli solide dont toutes les faces sont triangulaires:

Platon: «Il est parfait, 20 faces comme son nom l'indique!»



Platon: «Pour le deuxième, l'air, j'ai construit celui-là. Mais je ne sais comment faire pour cette question d'air, j'en manque cruellement.»



Le magicien: «Je vois... (il paraît dubitatif) Faisons-le tourner sur lui-même, de l'air il s'en dégagera!»

D'un coup de baguette, il fait tourner le solide, 8 pyramides s'en détachent et on voit apparaître en son centre le nouveau solide.



Platon: «Parfait, c'est bien celui-là, celui du milieu, c'est l'octaèdre! 8 faces triangulaires.»

Platon emmène ensuite le magicien vers le tétraèdre.



Platon: «Quelle heureuse coïncidence de vous avoir rencontré! Celui-là me plaît beaucoup. Je l'ai nommé tétraèdre, car je trouve que c'est un joli nom.»

Le mathématicien: «Tout à fait oui! Très joli je trouve et il correspond bien aux quatre faces qu'il possède.»

Platon: «Mon idée était de le faire correspondre au feu, mais comment l'attiser?»

Le magicien: «Facile! Ne voyez-vous pas qu'à l'intérieur de votre feu se trouve l'air?»

Platon: «Non je ne vois rien...»

Le magicien: «Franchement vous me décevez! Je vais vous montrer cela, soyez bien attentif.»

Le magicien touche le tétraèdre d'un coup de baguette magique. L'air apparaît en centre du feu!



Platon: «L'air, le feu, l'eau... Quelles belles idées, et que ces solides sont beaux.»

Platon emmène finalement le magicien vers le dodécaèdre.



Platon: «Celui là est ma plus grande fierté. C'est le dodécaèdre... Je le trouve tellement magnifique, que je ne sais quel élément lui associer...»

Le mathématicien: «Je propose l'Univers!»

Platon: «C'est exactement ça. L'Univers! Mais l'Univers contient la Terre, et je comptais faire en sorte que la Terre soit inscrite dans l'Univers...»

Le magicien: «Très facile pour moi. Reculez-vous quand même un peu, car cette opération est un peu plus compliquée. Je dois d'abord me souvenir de la formule magique...»



Le mathématicien: «Essayez cette formule¹: 1 plus racine de 5 sur 2.»

Le magicien récite la formule et donne un coup de baguette magique et, magie, le cube se dévoile!

Platon vient serrer la main du magicien et du mathématicien.

Platon: «Merci énormément Messieurs! Sans la beauté que vous avez su faire apparaître, Monsieur le Magicien, et sans vos connaissances sur ces objets, Monsieur le mathématicien, je n'aurais pas pu rendre visibles ces remarquables solides!»

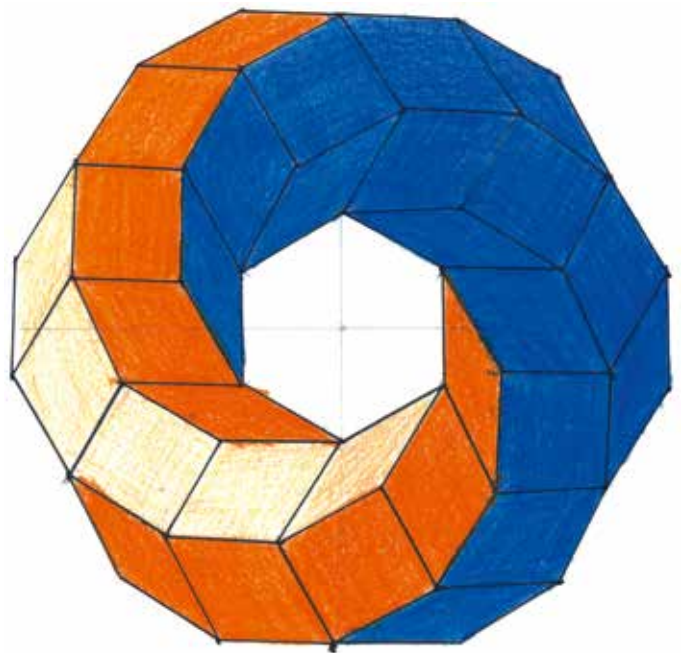
Explication de texte

Avec cette petite saynète, nous souhaitons faire passer un message positif sur l'enseignement des mathématiques. Cette scène montre l'importance de la manipulation, de l'expérimentation, de la beauté, et même de la « magie » des mathématiques². Elle insiste aussi sur l'importance de créer des liens entre les propriétés théoriques des objets mathématiques et leur perception esthétique.

De trop nombreux élèves entretiennent des relations très conflictuelles avec les mathématiques, ne percevant alors ni la beauté, ni les intérêts et ni même le sens de cette branche qu'on leur présente pourtant comme fondamentale. Les mathématiques se présentent à eux comme des formules abstraites difficiles à apprendre par cœur, à des codes langagiers à respecter qui ne font jamais sens avec leur expérience personnelle. Dans de tels cas, nous ne pouvons que comprendre le traumatisme que cette perception des mathématiques peut laisser et même des angoisses qu'elle peut générer. Comble de malchance pour ces élèves, les mathématiques sont obligatoires et examinées régulièrement jusqu'à la fin de la scolarité obligatoire au minimum.

Faire aimer les maths, comment faire alors?

Il est possible d'enseigner les mathématiques pour les faire aimer! Premier ingrédient de la recette: un changement de regard des enseignant·e·s sur cette discipline. Ils doivent essayer de ne plus voir les mathématiques comme une branche de sélection, d'orientation ou de discrimination, mais comme un domaine de connaissances qui s'appuient sur des types d'apprentissage diversifiés. C'est une première pierre pour construire une posture ne scindant pas les élèves en deux catégories:



ceux qui comprennent les maths et les autres. Faire aimer les maths, c'est d'abord permettre à tous de les appréhender sans peur, donc en tolérant l'erreur, l'essai, l'expérience. Comprendre n'est pas toujours nécessaire pour apprécier une tâche mathématique, réussir dès le départ ne veut pas dire qu'on adore, être en échec provisoire n'est pas réhivitoire.

Une fois la première pierre posée, celle du changement d'attitude sur la diversité des styles d'apprentissage, on peut se pencher sur les démarches et les méthodes d'enseignement et sur quelques clefs qui débloquent parfois des cadenas un peu rouillés. La première clef est celle de l'environnement d'apprentissage des mathématiques. Un environnement qui doit permettre les manipulations, les regards croisés et les perceptions partagées par le toucher et l'investissement corporel (Tran, Smith & Buschkuehl, 2017).

L'expérimentation sur les objets mathématiques (Dias, 2017) permet de rapprocher progressivement le concret de l'abstrait, de jouer avec des choses (des cubes, des bâtons, des jetons) tout en appliquant des règles de jeux théoriques (les propriétés mathématiques correspondantes à ces choses: leur nombre, leurs relations). Une telle démarche ne doit pas se limiter à l'enseignement primaire, elle devrait pouvoir se poursuivre au secondaire I et II afin de changer la relation qu'entretiennent les jeunes avec les mathématiques.

Comme deuxième pierre à l'édifice, nous proposons également de considérer les mathématiques comme une nourriture de l'esprit et pas seulement comme une branche utile et essentielle en raison de certaines contraintes sociétales (Lockhart, 2017). Les connaissances mathématiques peuvent en effet nourrir notre esprit, stimuler notre cerveau et pas simplement et seulement occuper nos mains et nos yeux. Les objets mathématiques n'existent pas physiquement. Nous pouvons en percevoir des représentations dans la vie courante, mais ce ne sont pas les objets théoriques que





© Philippe Martin

nous voyons, touchons, sentons. Il faut avoir toujours conscience que cette branche n'est que le fruit d'interprétations cognitives, et qu'elles servent à la distraction et parfois à l'amusement de notre cerveau. L'être humain est un des seuls êtres vivants pouvant imaginer des milliers d'objets n'existant pas dans la réalité. Notre cerveau est si bien fait, qu'il est capable de se poser des questions, de s'amuser avec des objets inexistantes. Si on perd cette notion d'amusement, de distraction, de questionnement, nous ne faisons plus des mathématiques. Il faut donc cultiver cette activité cérébrale en proposant des situations qui vont questionner, interroger les élèves et leur donner envie d'aller plus loin. Lockhart (2017) dit des mathématiques que c'est «un dialogue avec notre propre esprit». Si des élèves ont eu une relation difficile avec les mathématiques, c'est peut-être qu'ils n'ont pas eu l'occasion de prendre conscience d'autres valeurs des mathématiques: «amusantes et épatantes, capables de nous procurer beaucoup de joie».

En référence à notre petite scène du début de ce texte, c'est aussi dans la perception de l'esthétique des objets mathématiques que réside le plaisir d'apprendre. Observer la régularité des propriétés géométriques d'un dodécaèdre est un moment de plaisir difficile à cacher, même si nos connaissances mathématiques ne nous permettent pas de mettre en mots autre chose que le «aha moment» anglo-saxon (Liljedahl, 2005) ou l'eureka grec: «Que c'est beau!» Donner aux élèves la pos-

sibilité de jouer, puis de comprendre l'esthétique des objets mathématiques est un défi didactique et pédagogique certes complexe, mais ô combien nécessaire. Le passeur de mathématiques joué par Platon dans notre pièce a recours à toutes les clefs que nous avons présentées: une posture tolérant les essais et les erreurs, la volonté de monter le beau et le projet du jeu de l'esprit. Trois ingrédients qui sont les nôtres en formation des enseignant·e·s comme en classe (Dias & Serment, 2017).

¹ symbolisant le nombre d'or, noté ϕ (phi)

² voir le site <http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr>

Bibliographie

- Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris, France: Magnard.
- Dias, T. & Serment, J. (2017). *Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres*. Actes de la 43e COPIRELEM, Le Puy-en-Velay.
- Liljedahl, P. (2005). «Mathematical discovery and affect: The effect of AHA! experiences on undergraduate mathematics students». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 36. 2-3. 10.1080/00207390412331316997.
- Lockhart, P. (2017). *La lamentation d'un mathématicien*. Boitsfort, Belgique: L'arbre de Diane.
- Tran, C., Smith, B. & Buschkuehl, M. *Cogn. Research* (2017) 2: 16. <https://doi.org/10.1186/s41235-017-0053-8>

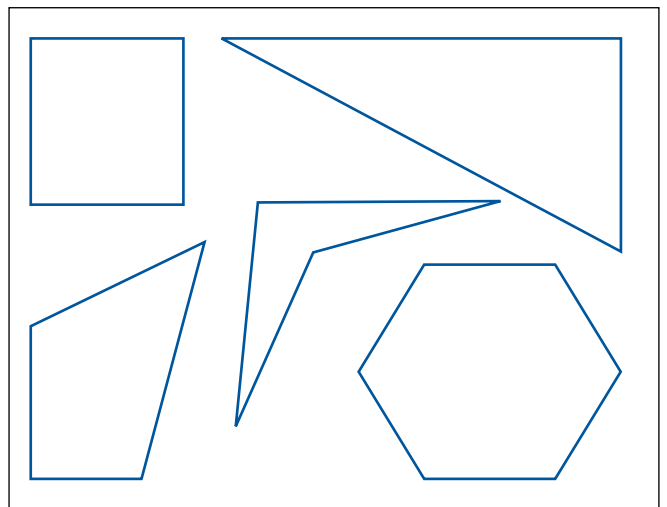


La géométrie qui bouge et remue les méninges

Lorsque l'on vous évoque les mathématiques, que vous vient-il à l'esprit? Des nombres? Peut-être même des équations? Mais voyez-vous des triangles, des cercles? Maintenant que je vous parle de géométrie, quelles formes voyez-vous? Voyez-vous une de celles ci-dessous?

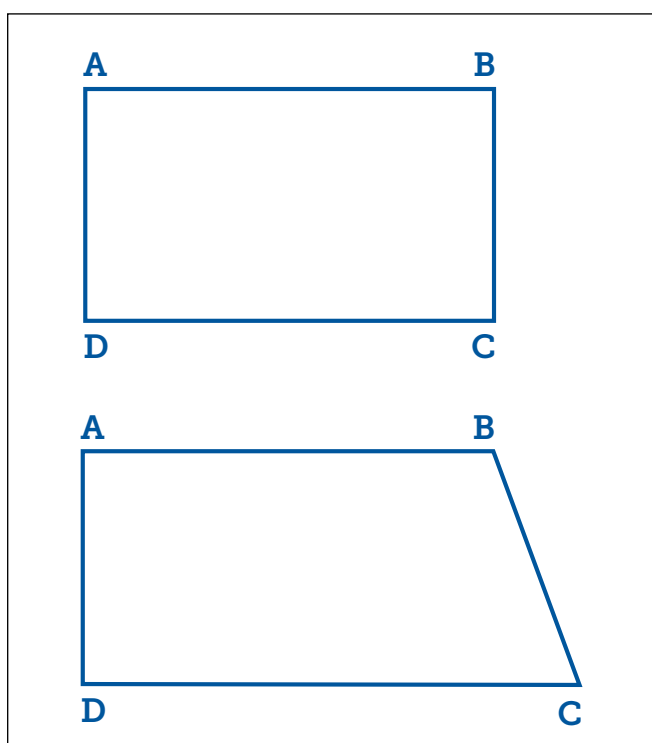
Sylvia Coutat, Université de Genève

En effet, les mathématiques restent souvent cantonnées dans l'esprit de beaucoup de gens aux nombres et plus globalement à l'arithmétique. La géométrie est souvent laissée de côté, dans les discours tout comme dans les classes. Les premiers apprentissages en géométrie sont liés à la perception des formes. Ces dernières sont souvent restreintes aux formes que les élèves rencontrent dans leur quotidien, comme le triangle, le cercle, le carré et le rectangle. Dans les classes, les élèves sont amené-e-s à manipuler, à dessiner ces formes usuelles pour s'approprier progressivement ce qui les caractérise. Si seulement la géométrie pouvait se résumer à faire de jolis dessins! Mais non, la géométrie constituant un sous-domaine des mathématiques, il faut là encore réfléchir, déduire et retenir des propriétés. Au cycle 2, les objets géométriques sont travaillés non plus à travers la seule perception visuelle, mais à travers les propriétés qui les définissent. Ainsi, le carré n'est plus cette forme régulière avec des côtés de même mesure horizontaux et verticaux, mais un quadrilatère avec quatre angles droits et quatre côtés égaux. Et voilà, l'aspect ludique du dessin et la manipulation disparaissent au profit d'une réflexion théorique sur des objets qui ne demandent pourtant qu'à être regardés! L'entrée au cycle 2 doit-elle sonner la fin de la manipulation et des activités ludiques? Heureusement que non! Restons dans la géométrie et l'apprentissage des propriétés géométriques et voyons ce qu'un logiciel de géométrie dynamique peut apporter. Voilà une belle solution diront certains; les technologies numériques, rien de tel pour impliquer les élèves. Perte de temps, diront d'autres. Au-delà du gain ou de la perte de temps, qu'en est-il des apprentissages? En effet, on peut apporter une technologie en classe, on peut aussi intégrer une technologie dans son enseignement.



Ce deuxième projet nous semble plus pertinent. Il faut bien reconnaître que prononcer le mot logiciel au sein d'une classe entraîne une certaine adhésion des élèves dans le projet pédagogique avant même qu'ils ne connaissent le travail qui leur sera demandé. Profitons de cet enthousiasme pour les mettre au travail. Qu'est-ce qu'un logiciel de géométrie dynamique et quels en sont les apports potentiels pour l'enseignement de la géométrie? Vous savez tous dessiner un rectangle, sur une feuille quadrillée. On peut utiliser les lignes horizontales et verticales pour tracer les côtés, les angles droits étant assurés par le quadrillage de la feuille. Maintenant faites de même avec une feuille blanche. Il vous faudra des outils de construction comme une règle et une équerre. Essayez maintenant dans un logiciel de géométrie dynamique (CabriExpress¹, Geo-

gebra©, TracenPoche©, et d'autres). Vous retrouvez la page blanche et certains outils de construction plus ou moins ressemblants. Dans certains environnements, vous n'avez pas d'équerre, mais un outil qui construit directement des droites perpendiculaires. Vous trouvez un outil qui construit des droites parallèles (ce qui ne fait pas partie de la trousse habituelle de l'élève, et était compliqué pour un architecte avant l'avènement du dessin informatisé) et même un outil qui construit directement la médiatrice d'un segment. Plus de règle qui glisse ou de compas qui se dérègle, quel bonheur! Toute l'énergie mobilisée dans la manipulation est économisée au profit de la réflexion autour des propriétés nécessaires à la construction. Ainsi, une construction qui s'appuie sur des lignes horizontales et verticales pourrait sembler valide alors que les propriétés ne sont pas explicitement convoquées. Dans un logiciel de géométrie dynamique, une telle construction sera invalidée. En effet, tous les logiciels de géométrie dynamique reposent sur un même fondement épistémologique: les constructions peuvent (doivent) être déformées, c'est ce qui permet de valider le tracé. En effet, seules les propriétés explicitement prises en compte par les outils, et pas seulement gérées à vue, lors de la construction perdurent au cours de la déformation. Ainsi, si le rectangle perd ses angles droits au cours du déplacement d'un de ces sommets, cela implique que la propriété des angles droits n'a pas été explicitement prise en compte par des outils dans la construction. Sur l'illustration ci-dessous, partant de la figure du haut qui semble visuellement être un rectangle, nous avons déplacé le sommet B et obtenu le quadrilatère du bas. C'est donc que l'angle droit en B a été tracé à vue et pas pris en compte par l'usage d'outils de construction du logiciel.



Comme les constructions s'appuient sur les propriétés géométriques, il est tout à fait possible d'intégrer de façon pertinente un logiciel de géométrie dynamique dès l'école primaire. Nous avons conçu et testé plusieurs séquences d'enseignement autour des figures géométriques pour le cycle 2 qui utilisent un tel logiciel. L'une d'entre elles comprend une dizaine de séances. Cette séquence intègre un logiciel de géométrie dynamique dans des tâches de reconstruction, description et reconnaissance de figures géométriques en classe de 6P. Des séances avec le logiciel sont précédées et suivies de séances traditionnelles, dites «papier-crayon». Certaines tâches avec le logiciel de géométrie dynamique visent une appropriation des outils de construction, spécifiques à l'environnement. D'autres tâches de reconstruction amènent les élèves à développer une reconnaissance des propriétés lors des déformations des figures. La perception visuelle reste très présente et la manipulation devient «virtuelle» par la mobilisation du déplacement. Les élèves se plongent dans la découverte de ce nouvel environnement et investissent une nouvelle perception de la géométrie par les propriétés. Voici quelques exemples réalisés en classe.

Une séance sur l'alignement modélise un parcours de golf.

Les élèves doivent positionner le départ de la balle sachant que l'arrivée est imposée et que des passages bonus sont placés le long du parcours. Une fois le départ défini, la balle est lancée et se déplace linéairement jusqu'à l'arrivée. Le concept de droite, visé par cette tâche, est difficile pour les élèves qui trouvent ici un contexte qui peut permettre de lui donner du sens.



Dans une autre activité, les élèves doivent construire un modèle de planche à clous.

Ils doivent identifier les positions des clous en respectant certaines contraintes de parallélisme, de linéarité et d'équidistance. Pour satisfaire ces contraintes, les élèves doivent s'appuyer sur les propriétés géométriques à

7- A toi de construire ta planche à clous. On a mis quelques clous pour commencer. Essaie de mettre le plus de clous possible ! Lève la main quand tu as fini.

Prénom 1
Prénom 2

Attention tu ne peux utiliser que 2 fois chaque outil !
(sauf l'outil Point que tu peux utiliser autant de fois que tu veux).

Planche à clous

travers l'utilisation d'outils de construction spécifiques. Là encore, ils peuvent à tout moment valider leur travail en déplaçant les points construits afin de contrôler que les positions des clous restent effectivement bien « accrochées » à la planche. Une fois l'ensemble des points construits et validé par le déplacement, nous pouvons imprimer leur modèle. Finalement, ils l'utilisent avec

une vraie planche et de vrais clous pour construire concrètement une planche à clous. Lors de cette tâche, l'obligation d'utiliser plusieurs outils, et donc différentes propriétés géométriques, peut mettre en difficulté certain-e-s élèves.

Quand nous avons réalisé cette tâche en classe, la période de 45 minutes initialement prévue a été insuffisante. Afin de pouvoir construire leur planche à clous, nous avons proposé aux élèves de terminer le lendemain ou d'échanger la séance suivante (une séance de gym) avec une séance de mathématiques. Et là, petite victoire pour les maths! Les élèves ont tous choisi de continuer leur travail avec le logiciel de géométrie dynamique pour construire leur planche à clous.

Finalement, l'utilisation d'un logiciel de géométrie peut permettre une entrée ludique dans une géométrie théorique. On a pu identifier une réelle adhésion des élèves au projet pédagogique, et même un certain plaisir. Serait-ce une piste pour faire aimer les mathématiques? À vous d'essayer et de vous de vous mettre au travail! Testez vos souvenirs et lancez-vous dans la construction d'un rectangle pour commencer et pourquoi pas d'un carré?

¹ <https://cabricloud.com/cabriexpress/> – <https://www.geogebra.org/graphing> – <http://tracenpoche.sesamath.net/>



Applaudir les polygones! Interroger l'activité d'apprendre quand elle se fait joie de vivre

Entrer dans les pas de ce qu'est l'activité de penser, l'activité d'apprendre où il s'agit de prendre avec soi, en soi! Là où se trouvent et se partagent – qui l'aurait cru? – les secrets d'une joie inattendue et forte. Entrons donc pour cela sur les chemins d'un tel voyage dont l'enjeu n'est pas «ce qu'il faut retenir», mais bien plus engager une marche pour s'en saisir.

Odette Bassis, chercheuse en Éducation nouvelle - GFEN

I. Premiers pas

Là, le moteur de l'activité à amorcer est le motif lancé par une situation initiale et ouvrant, par et pour l'apprenant lui-même, sur un questionnement qui en émerge. Et c'est ce motif tout entier qui est à saisir, en entrant dans une activité à tenter, alors que n'en sont pas précisées quelles actions possibles liées cependant aux données de la situation. C'est cela qui est maintenant dans les mains de l'apprenant-e, à ses initiatives.

Ainsi en est-il, à partir de figures géométriques multiples (polygones) ou de textes philosophiques (traitant de la liberté) de l'inviter à «classer»¹. Et cela alors que n'en est pas donné le mode de classification, c'est-à-dire la raison d'être quant au «comment». C'est cela qui, maintenant, revient aux apprenants.

Ainsi, dès le début d'une démarche, une situation et un motif d'activité sont là pour que soient osées des actions possibles. Et c'est là, au cœur des actions générées et gérées par l'apprenant-e, les apprenant-e-s, qu'est à déterminer, à fouiller, à comparer, à classer ou à tenter des mises en relation voire, chemin faisant, en écarter. Moments intenses, faits d'interrogations, de tentatives où se suivent silences et essais.

Ainsi se vit une première étape de mise en acte, par l'apprenant, d'actions possibles, lui-même ou avec d'autres, donnant corps de multiples façons à l'activité proposée. Là est mis à l'épreuve l'ajustement entre les données et leur prise en compte effective dans la mise en acte par l'apprenant-e de leur usage. Des actions vont pouvoir être menées comme réponse à l'activité lancée avec la teneur de réalité qui leur est propre.

- Trouver une traduction (pour un texte en polonais).
- Trouver des mots manquants (texte à trous).
- Confronter des textes différents (en philo sur la «liberté» ou en histoire sur un même événement).

Et en mathématiques...

- Préciser tel ou tel type de classement (regroupements) possible entre figures géométriques, ou textes, ou autres données.
- Mettre en relation telles ou telles données.
- Imaginer comment s'y prendre pour compter avec seulement quatre chiffres à disposition. Combien d'élèves alors dans la classe?

Est donc à engager par l'apprenant-e la recherche du mode précis d'action à tenter, à mettre en œuvre et comment. Ce qui le conduit à examiner de plus près les données propres à chaque situation comme points d'appui de l'activité proposée afin d'engager, de sa propre initiative, telle ou telle action possible, avec ses exigences et ses conséquences.

C'est l'entrée dans une phase où chacun est en train de s'essayer à devenir «maître à bord» du chemin à explorer ou tout au moins à y faire ses premiers pas.

II. L'entrée en action

Les «objets» de la situation sont là, ainsi que des premières tentatives d'élucidation et d'actions possibles. De même qu'un certain échange (fait de concordances ou non) entre apprenant-e-s a démarré. Devient maintenant plus prégnant, après les premiers pas, le rapport entre les données et la «consigne»².

Un moment d'inquiétude, d'hésitation est inéluctable. Mais il fait partie du «vivre» effectif dans la recherche par soi de chemins possibles. C'est là où se mesure l'enjeu, le possible à saisir. Un «pourquoi pas» qui donne en même temps envie de «jouer le jeu»! Qu'est-ce que je risque? Alors oui, pourquoi pas?

Phase importante où des données sont là, visibles, touchables, maniables y compris dans une autre façon de les prendre en compte, qu'elles soient texte ou situation concrète. Pourvu que «Ce que je tente, que je mets à l'essai, je peux être à même d'en justifier la raison d'être». Liberté et exigences engagées. Comme dans tout jeu!! Où chacun-e y est engagé-e entre données et espaces de liberté à saisir. Une activité réflexive est mise en route, tâtonnante mais là, au point où des «possibles» devenus réalité permettent de prendre appui pour avancer.

- Conjugaison, accords: qui agit en fonction de quoi?
- Texte à trous: raison d'être de tel ou tel verbe ou mot...

Et en mathématiques:

- Détermination de propriétés spécifiques en fonction desquelles pouvoir «classer».

C'est-à-dire recherche de moyens précis appropriés à des fins. La pensée prend acte de telle ou telle donnée pour s'en saisir et chercher à l'accorder aux autres constats abordés.

Là, ce qui est appelé «erreur» se manifeste dans la dimension de mise à l'essai qui prend sens dans le contexte de recherche du moment. Ce contexte ne peut être reconnu comme tel qu'en référence à ce qui suit, ce qui se révèle nouveau. Ainsi, ce qui va être reconnu comme erreur ne le sera qu'ensuite, au creux du chemin réflexif. Rupture positive, comme il en est dans toute recherche y compris au plus haut niveau.

Ainsi en fut-il du principe de la «relativité» en science venant apporter un regard nouveau sur des phénomènes non pris en compte jusque-là ou autrement observés! Comme il en est dans toute avancée de savoir, dans toute création!

Des avancées en cours et des trébuchements avec des reprises d'autant plus «aiguës» qu'elles sont avisées et dont les échanges croisés avec les autres en accroissent la force, en tissent avec soi-même leur propre raison d'être.

C'est dans tout ce chemin que l'activité de l'enseignant-e a cet enjeu si décisif de mise en activité propre de l'apprenant-e. En vue, non d'une «application» après le cours du «maitre» mais comme mise en vie par l'apprenant lui-même. Un tel enjeu et sa mise en pratique sont donc pour l'enseignant-e son investissement propre. Et donc, dans ces moments de mise en acte, il y a toute sa place. Pour encourager, redire les données, mais non pour répondre aux questions qui se posent. Une présence, pourtant, non de propositions, mais de confiance et d'incitation à poursuivre.

III. La problématisation

C'est dans un tel espace vivant que sont travaillées, retravaillées à l'initiative des apprenant-e-s, des mises

en relation de propriétés et constatations diverses. Se jouent là croisements et articulations déjà là, besoin de clarification et mise en cohérence.

Ainsi en est-il, notamment, dans la coexistence de propriétés différentes repérées au cours de cette marche en avant. Des propriétés ayant des relations à repérer, clarifier, analyser et surtout à articuler pour en saisir leur part dans leur co-raison d'être. Ainsi une mise en relation peut-elle être prise en compte... dans la mise en relation de deux propriétés significatives:

- soit elles sont indépendantes l'une de l'autre;
- soit l'une des propriétés est un cas particulier de l'autre;
- soit l'une et l'autre, ensemble, coexistent dans une partie commune entre elles;
- soit l'une et l'autre coexistent pleinement malgré leur différence qualitative.

De tels repérages sont ainsi déterminants dans les relations entre propriétés. En quoi la recherche par les apprenants devient décisive en vue d'une conceptualisation cohérente en œuvre.

Et c'est bien le vécu lui-même de chaque apprenant-e et des apprenant-e-s entre eux d'une telle problématisation qui en constitue la «chair» sensible incontournable.

Soulignons ici, d'ailleurs, dès les débuts de toute démarche, combien le langage intérieur³ de chacun-e y est impliqué. Ainsi, tout au long, le langage parlé avec voisin ou voisine puis en petit groupe, dans une mise en mots clarificatrice des «points de vue», y compris quand l'échange devient conflictuel, obligeant d'autant plus chacun-e à fouiller et expliciter plus clairement son propre point de vue. Et cela, jusque dans l'élaboration écrite concernant l'explicitation des propriétés constitutives de telle ou telle notion. De telle ou telle élaboration significative.

C'est là, au creux du mouvement même de la pensée, allant de l'examen des propriétés jusqu'à leur mise en relation que s'établit, dans le vivant, un va-et-vient significatif entre analyse et synthèse, en phases successives constructives⁴. Là se joue l'intégration des propriétés relevées dans un tout global qui en est leur raison d'être.

Là interviennent, dans cette dynamique à la fois clarifiante et pourtant foisonnante, des mises en dialectique bousculantes entre acte et pensée, entre chacun-e et les autres. Une dialectique où se vivent aussi liberté et nécessité dans la dualité entre ce qui est donné, en amont, et ce qui en est fait.

C'est pourquoi une telle mise en recherche a été appelée, au GFEN, «démarche d'auto-socio-construction du savoir». Un enjeu à poursuivre et enrichir⁵.

IV. La conscientisation

C'est bien dans la dernière étape d'une démarche qu'ont à se clarifier des pans d'explicitation, depuis le langage pour soi, le langage avec les autres, puis le langage écrit, s'affinant au cours des étapes de la démarche⁶. Et cela cheminant tout au long, dans la dualité d'un mouvement de l'intime de soi avec ses trébu-

ments et ses victoires et des autres dans une «explicitation» propre à affirmer, partager, disputer, discuter! Et ce faisant clarifier, expliciter. Et se tient là un double mouvement d'intériorisation et de distanciation. Un tout où chacun-chacune ressent une avancée sensible pour soi et en soi de ces moments de vie.

► Intériorisation

C'est l'intériorisation, dans la conscience du sujet, du «sens» que revêt pour lui-même cette connaissance nouvelle qui devient «son» savoir dans la part de soi engagée, avec les autres, jusqu'à la «finition» du concept concerné. Ainsi déjà quand deux élèves un moment se disputent, «c'est ton idée et pas la mienne», alors qu'ils en découvrent ensuite leur part et en coordonnent la raison d'être.

► Distanciation

Et c'est dans ce même espace partagé et la même dynamique, que cet «objet» de savoir se met à exister comme «concept» en lui-même, au-delà du sujet qui le construit pour lui-même et avec d'autres. Car, au-delà de l'ici et maintenant de la classe et quand l'apport nominatif (du dictionnaire) rentre en scène, par l'enseignant⁷, alors prend corps la reconnaissance objectivée, dans l'enjeu atteint et la nomination «officielle» et donc, ce faisant, dans sa signification historique et sociale.

Et c'est dans la coexistence de ces deux champs de réalité que sont intériorisation et distanciation, que se croisent et se nourrissent sens et signification⁸. L'un sur le chemin d'une conviction à l'intime de soi, et l'autre dans le champ social aussi bien qu'historique.

Trajet au suivi bien complexe dira-t-on? Mais c'est du vivant qui se joue.

On est là au cœur même de la raison d'être et de la façon d'être de ce qu'est une démarche d'auto-socio-construction du savoir. Où la conceptualisation, dans sa gestation, ouvre de nouveaux espaces réflexifs en soi et avec les autres.

Alors oui, vient le moment de pouvoir partager, au terme d'une démarche vécue à propos des «polygones», comment réagirent les élèves (de CM1), alors que cette démarche fut longue, avec des séances multiples. L'une vécue dans le 16e à Paris (quartier riche) et l'autre en REP⁹ de banlieue. Et donc en soulignant un écart social qui permet d'autant mieux de saisir les pôles décisifs – possibles pour tous! – d'activité de conscientisation.

► Concernant les derniers moments de la démarche sur les «parallélogrammes» animée dans le 16e et pendant que j'échangeais avec l'enseignant, nous entendîmes tout à coup les élèves de la classe applaudir. Alors, demandant à l'un d'eux qui ils applaudissaient, l'un des élèves me répondit: «Mais vous vous rendez pas compte, Madame, jamais on n'aurait cru que le carré était en même temps aussi tous les autres parallélogrammes!» Prise de conscience fulgurante par les élèves dans leur avancée réflexive! Oui, en est-il ainsi du carré possédant – à lui tout seul – les différentes propriétés relevables sur un quadrilatère, un paral-

lélégramme, un losange, un rectangle... alors qu'il en apparaît la figure la plus «simple» de toutes! Est-ce là un paradoxe? On est là au cœur d'une problématique conscientisée où le «complexe», dans sa réalité, apparaît, dans son summum, comme unité harmonieuse! Mais n'en est-il pas ainsi en peinture, en musique, en poésie...?

► Plus tard, en classe de REP en banlieue parisienne (94), toujours à propos des polygones, et dans des conditions où des élèves avaient même refusé de partir en récréation, pour ne pas lâcher leur recherche. Là, en fin de la démarche, et moi-même étonnée d'un tel appétit, j'avais «provoqué» ceux-ci, constatant jusqu'où ils en étaient arrivés, en osant leur dire que «je leur avais bien expliqué»...! C'est alors là, dans un grand silence qui suivit, que se leva parmi les élèves un petit doigt pour me dire, devant tous et très poliment: «Mais Madame c'est nous qui avons trouvé mais vous, vous nous avez apporté les noms des figures!». Réflexion sidérante. Oui ils étaient conscients de leur propre travail réflexif. Et moi-même en étais toute émue¹⁰.

Il y a là de quoi interroger ce qu'apporte une telle pratique de «démarche» où une intériorisation subjective et partagée y est engagée dans les pas eux-mêmes d'une élaboration de conceptualisation. Sans confusion ni amalgame. C'est-à-dire où l'énergie et l'intelligence nécessaires pour que germe une telle objectivation du savoir prennent appui sur l'implication attentive et décisive du sujet connaissant qui, avec les autres, y est engagé.

¹ C'est-à-dire mettre ensemble ceux qui ont des propriétés semblables.

² La «consigne» terme qui fut l'objet d'un débat dans les débuts de la notion et pratique de «démarche» (années 1975-1980). Henri Bassis et moi-même nous préférons «mission» (partir en mission) plus proche de l'enjeu de recherche-action de toute démarche. On était dans les débuts de l'apport de la notion et pratique de démarche.

³ Là, l'apport spécifique de Vygotski + concernant *Pensée et langage* fait référence incontournable.

⁴ Ou chacun a besoin, pour y voir clair.

⁵ C'est en mathématiques qu'a démarré pour moi de telles mises en travail et en recherche dont on peut trouver trace dans les deux tomes de *Concepts clés et situations problèmes en mathématiques* O. Bassis, Hachette (2012).

⁶ Le langage en mathématiques étant bien sûr les conventions de chiffres, opérations ou autres utilisées.

⁷ Ainsi les mots de parallélogramme, trapèze, quadrilatère, losange...

⁸ Les notions de sens et signification sont particulièrement clarifiées et commentées par Vygotski (*Pensée et langage*, pp. 370-371) et Léontiev (*Activité, conscience, personnalité* pp. 306-388).

⁹ Réseau éducatif prioritaire.

¹⁰ C'est d'ailleurs le long vécu de cette démarche en quatre séances, aux productions des élèves toutes relevées (interventions orales et diagrammes successifs réalisés dans chaque groupe) qui devint plus tard, suivant la proposition de Gérard Vergnaud (CNRS) l'objet d'une Thèse en sciences de l'Éducation dont un chapitre lui est consacré dans l'ouvrage *Se construire dans le savoir*, O. Bassis (ESF).

Jouer pour développer les compétences mathématiques des jeunes élèves

La recherche *Mathplay* a été menée durant l'année scolaire 2017-2018 en Belgique, en France, au Luxembourg et en Suisse (Neuchâtel). Elle avait pour objectif de favoriser le développement des compétences numériques des élèves de 1-2H à l'aide de jeux mathématiques mis en place à l'école et en famille.

Anne-Françoise de Chambrier & Nadine Giaque, HEP Vaud

Depuis une dizaine d'années, les premières compétences numériques sont l'objet d'un intérêt scientifique et pédagogique grandissant, étant donné leur incidence démontrée sur les apprentissages mathématiques ultérieurs, ainsi que sur la qualité de vie à l'âge adulte (Ritchie & Bates, 2013). Les premières compétences numériques font en général référence à un ensemble de compétences incluant la connaissance de la chaîne numérique orale; le dénombrement de quantités; les compétences logico-mathématiques telles que la conservation de la quantité, la sériation ou l'inclusion numérique; les stratégies arithmétiques et la décomposition de nombres.

Réduire les écarts

Les experts internationaux s'accordent à dire qu'il est important de développer ces compétences numériques dès les premiers degrés de la scolarité (*National Mathematics Advisory Panel*, 2008). Ces années représentent notamment l'opportunité de réduire les écarts entre les enfants de différents milieux socio-économiques qui arrivent à l'école avec des connaissances très variables sur le nombre. Toutefois, des données montrent que certain-e-s enseignant-e-s de ces premiers degrés tendent à considérer que les apprentissages mathématiques sont moins importants que d'autres acquisitions ou qu'ils sont trop difficiles pour les jeunes élèves (Lee & Ginsburg, 2009). Différentes commissions nationales recommandent pourtant que les enseignant-e-s planifient des objectifs spécifiques et mettent en place des activités pédagogiques particulières afin de permettre aux jeunes élèves d'acquérir les compétences numériques de base. Dans ce sens, de nombreuses études ont développé des interventions visant à favoriser les

Différentes commissions nationales recommandent que les enseignant-e-s planifient des objectifs spécifiques et mettent en place des activités pédagogiques particulières afin de permettre aux jeunes élèves d'acquérir les compétences numériques de base.



apprentissages numériques des jeunes élèves. Certaines d'entre elles ont pris un contour assez formel, à l'appui d'un véritable curriculum d'activités destinées à être menées par les enseignant-e-s (Clements & Sarama, 2007). D'autres études ont choisi de mettre en place des activités ludiques souvent très ciblées et généralement animées par un-e assistant-e de recherche prenant les élèves individuellement ou en petits groupes, pour en mesurer les effets sur certaines compétences numériques précises.

Par exemple, la célèbre étude de Siegler et Ramani (2008) a mis en évidence que jouer quatre fois quinze minutes à un jeu de plateau orienté de gauche à droite, sur lequel il s'agissait de se déplacer en «surcomptant» le nombre de cases indiqué par le dé à partir du chiffre figurant sur la case, a permis aux participant-e-s de progresser significativement dans une activité de placement de nombres sur une ligne de 1 à 10.

Par ailleurs, les premières compétences numériques sont aussi très influencées par les pratiques de numération dans le milieu familial. Il a en effet été mis en évidence que la fréquence d'activités réunissant parents et enfants telles que du dénombrement d'objets, des jeux impliquant le nombre, ou des réalisations de recettes de cuisine était positivement associée aux connaissances numériques des enfants.

Cependant, les pratiques familiales en matière de numération diffèrent grandement d'une famille à l'autre et notamment en fonction de leur milieu socio-économique.

Des études rapportent également que les parents se sentent généralement moins outillés pour appuyer les apprentissages mathématiques de leurs jeunes enfants que d'autres acquisitions. Cette tendance a également été mise en lien avec les sentiments négatifs que certains parents disent éprouver à l'égard des mathématiques (Cannon & Ginsburg, 2008).

Étant donné l'importance des pratiques familiales de numération, quelques études ont visé à mettre en place des interventions permettant aux parents d'enrichir l'environnement familial en la matière. Ces études sont toutefois encore très peu nombreuses et n'ont jusqu'alors pas mesuré l'intérêt d'impliquer les familles par rapport à une intervention menée à l'école.

Les jeux, c'est sympa!

C'est sur la base de ces différents constats qu'il a été décidé, dans le cadre de la recherche *Mathplay*, de mettre sur pied un lot de jeux mathématiques visant à favoriser le développement des compétences numériques de base. Ces jeux ont été conçus pour être mis en place dans les classes de 1-2H et transmis aux familles des élèves. L'approche basée sur le jeu a été sélectionnée pour de nombreuses raisons. Premièrement, les jeux ou activités ludiques semblent particulièrement propices à développer les apprentissages, notamment auprès des jeunes élèves. Il a également été démontré que les jeux mathématiques étaient plus susceptibles d'éveiller

l'intérêt pour les mathématiques que des activités plus formelles. Globalement, les jeux amènent les enfants à être actifs, engagés, sérieux et à interagir socialement, composantes essentielles d'un apprentissage réussi. Par ailleurs, une approche basée sur le jeu pourrait être plus à même de convaincre les enseignant-e-s qui ont tendance à trouver les mathématiques trop difficiles pour leurs jeunes élèves, que les concepts mathématiques sont tout à fait à la portée de ceux-ci. Recourir à des jeux connus semble également représenter une opportunité de créer un pont entre la culture de l'école et celle de familles de tous horizons. Enfin, passer par des jeux pourrait permettre à certains parents d'avoir des représentations moins négatives vis-à-vis de ce domaine et ainsi d'accompagner les apprentissages de leurs enfants de façon plaisante.

Les jeux, c'est sérieux!

Au-delà du caractère motivant des jeux, c'est bien le contenu mathématique qu'ils impliquent qui peut faire de ceux-ci de véritables situations de résolution de problèmes. Les jeux choisis dans cette recherche sont pour la plupart des jeux du commerce qui ont été modifiés pour mettre l'accent sur certains apprentissages particuliers, par exemple des jeux de l'oie (dénombrement), des jeux de bataille ou de domino (comparaison de quantités, additions), le jeu du onze (sériation), etc. Il s'agit de jeux collectifs, pour la plupart compétitifs, mais également coopératifs.



© Philippe Martin

Les obstacles rencontrés par certain·e·s élèves requièrent une compréhension fine de la part de l'enseignant·e des compétences nécessaires à chaque jeu et des adaptations possibles.

Plus encore que le contenu des jeux, c'est l'expertise didactique de l'enseignant·e qui permet d'offrir à chaque élève les opportunités d'apprentissage les plus fécondes pour lui. Les obstacles rencontrés par certain·e·s élèves requièrent une compréhension fine de la part de l'enseignant·e des compétences nécessaires à chaque jeu et des adaptations possibles. Il en va de même pour les prolongements d'activités destinés à permettre aux élèves plus performant·e·s de développer encore leurs compétences. Dans cette optique, une formation de huit périodes a été mise en place pour accompagner les enseignant·e·s dans l'implémentation de l'intervention. Des documents leur ont également été donnés, résumant, pour chaque jeu, les règles et des variantes possibles pour des élèves plus ou moins à l'aise, des aides pour faire face à différentes difficultés possibles ainsi que les objets d'apprentissage à formaliser durant les moments de synthèse.

Éléments de bilan

La recherche *Mathplay* a visé à évaluer les effets de l'utilisation de ces huit jeux dans des classes ainsi que l'intérêt de jouer à ces mêmes jeux en famille. Une recherche de ce type est riche de défis méthodologiques, mais les résultats ont globalement montré que: a) la mise en place de ces jeux à l'école telle que prévue dans ce devis quasi expérimental (un jeu par semaine durant huit semaines) a permis aux élèves qui avaient des compétences initiales moyennes ou supérieures à la moyenne de progresser significativement plus que leurs camarades du groupe contrôle; b) le fait de transmettre les jeux aux familles en plus d'y jouer à l'école a permis de réduire les écarts entre les élèves initialement forts et faibles, notamment en améliorant les compétences des élèves qui avaient de faibles performances en début d'expérience.

L'intérêt de recourir en classe à un programme de ce type pour favoriser le développement des premières compétences numériques est donc attesté. Une mise en place plus étendue dans l'année pourrait toutefois peut-être permettre aux élèves initialement faibles de mieux développer les apprentissages visés par les jeux, ainsi qu'aux enseignant·e·s d'identifier de manière plus ciblée comment aider ces élèves. D'autre part, inciter les familles à jouer à ces jeux, et plus particulièrement les familles des élèves rencontrant des difficultés, semble

tout à fait indiqué. Dans les propos recueillis auprès des enseignant·e·s, il apparaît qu'au-delà des contraintes imposées par le devis de recherche, le projet lui-même a suscité l'enthousiasme. Par ailleurs, parmi les huit jeux sélectionnés, certains ont, plus que d'autres, atteint l'objectif de susciter le plaisir de faire des mathématiques. Les publications relatives à cette recherche sont en cours et différentes suites sont envisagées.

Références

Cannon, J., & Ginsburg, H. (2008). «*Doing the math: Maternal beliefs about early mathematics versus language learning*». *Early Education and Development*, 19(2), 238-260.

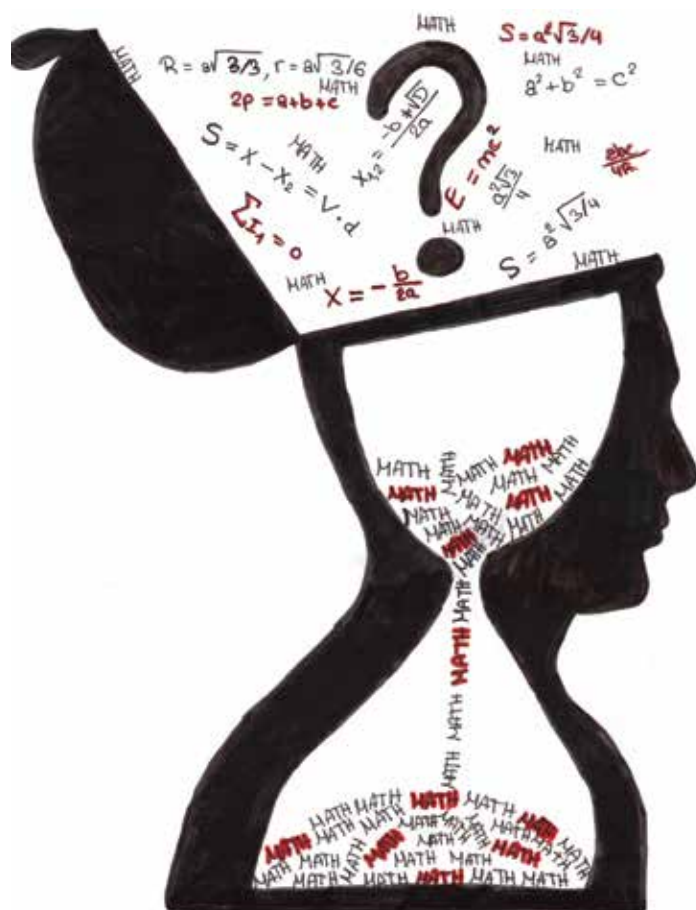
Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). «*Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project*». *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136-163.

Lee, J. & Ginsburg, H. (2009). «*Early Childhood Teachers' Misconceptions about Mathematics Education for Young Children in the United States*». *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(4), 37-45.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U. S. Department of Education.

Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). «*Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status*». *Psychological Science*, 24(7), 1301-1308.

Siegler, R. S. & Ramani, G. B. (2008). «*Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development*». *Developmental Science*, 11(5), 655-661.



Des jeux mathématiques pour aimer les maths follement...

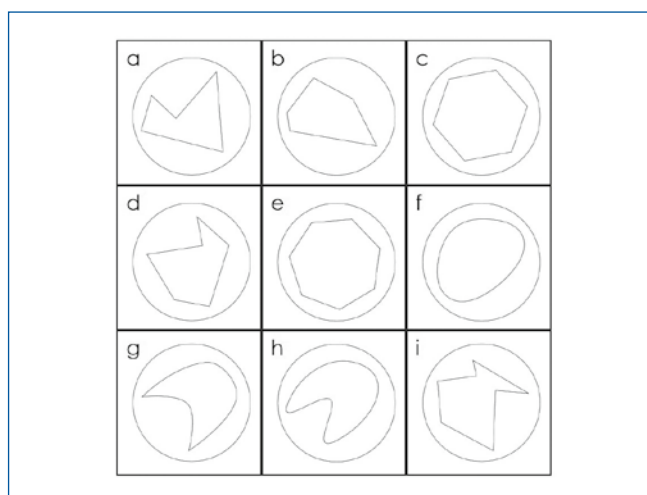
Le comité de la *Revue de Mathématiques pour l'école (RMé)*:

Sylvia Coutat, Stéphanie Dénervaux, Thierry Dias, Céline Vendeira, Laura Weiss

La *Revue de Mathématiques pour l'école* (anciennement *Math-école*) publie depuis 1962 des articles concernant l'enseignement des mathématiques à l'école. La livraison de mars 2019, *RMé* n°231, est un numéro thématique sur les jeux (en) mathématiques. Ce numéro est donc particulièrement en phase, nous semble-t-il, avec ce numéro spécial de l'*Educateur*, *Aimer les maths, un pari fou?* En effet, si pour certain-e-s élèves et ex-élèves faire des mathématiques est d'office un plaisir, une part non négligeable du grand public a gardé un mauvais souvenir des mathématiques étudiées à l'école et, dès qu'on lui parle «chiffres», il se braque. À sa décharge, il fut un temps où faire des mathématiques, c'était surtout appliquer des procédures et exercer des techniques sans vraiment savoir pourquoi. Seul-e-s les élèves naturellement curieux-euses face à la logique de ces techniques ou aimant «se creuser la tête» pour résoudre des problèmes mettaient du sens dans ces tâches et en éprouvaient une satisfaction réelle. Pour eux, les mathématiques étaient un jeu. Depuis, l'enseignement des mathématiques a beaucoup changé et s'est enrichi justement de jeux permettant à toutes et tous les élèves d'entrer dans les tâches de façon ludique. Ainsi, même si pour certain-e-s, les mathématiques continuent de rester absconses, nombreuses et nombreux sont ceux qui, découvrant les mathématiques à travers le jeu, y prennent goût et finissent par avouer «aimer les mathématiques», rendant par-là la folie de ce pari un peu moins folle.

Dans le but de montrer comment on peut faire des mathématiques en jouant, ou comment jouer permet de faire des mathématiques, nous avons sélectionné ci-après quelques articles de *RMé* qui portent sur des jeux pour apprendre des mathématiques. Ils sont tous consultables en intégralité sur le site de *RMé* www.revue-mathematiques.ch/consultation/

- Dans le numéro 223 de *Math-École*, l'article **Des pointes, des pics et des arrondis en 1P-2P** (Coutat & Vendeira, 2015) détaille le processus de conception d'activités ludiques sous forme de jeux autour des caractéristiques des formes au cycle 1, afin de compléter celles qui existent dans les moyens d'enseignement suisses romands. Partant d'un jeu connu de tous, le «Qui est-ce?», les chercheuses ont déve-



Un exemple d'assortiment possible pour le jeu du «Qui est-ce?» pour des élèves de 3H-4H

loppé une nouvelle série de formes afin d'en faire une variante «géométrique» forçant les élèves à entrer dans les caractéristiques des formes. Ce jeu a été utilisé avec succès auprès d'élèves de 3H-4H de classes genevoises.

- L'article **Analyse de l'activité «Tours de perles»** issu de *Math-École* n° 224 (Fontana & Haifi-Blandin, 2015) décrit le déroulement et l'analyse de l'activité «Tours de perles» des moyens d'enseignement pour les classes de 1H-2H. Cette activité se retrouve tout au long de la scolarité. L'enjeu pour les élèves est de construire toutes les différentes tours de cubes possible, en disposant d'un certain nombre de cubes



Un exemple du matériel nécessaire pour l'activité *Tours de perles*

de couleurs différentes. L'enjeu d'apprentissage est l'organisation dans la construction d'une collection, que l'on peut aussi appeler énumération. Pour la classe de 1H-2H, les auteur-e-s Lionel Fontana et Anouchka Haifi-Blandin proposent différentes valeurs de couleurs et d'étages pour une collection de tours à construire allant de quatre à neuf tours.

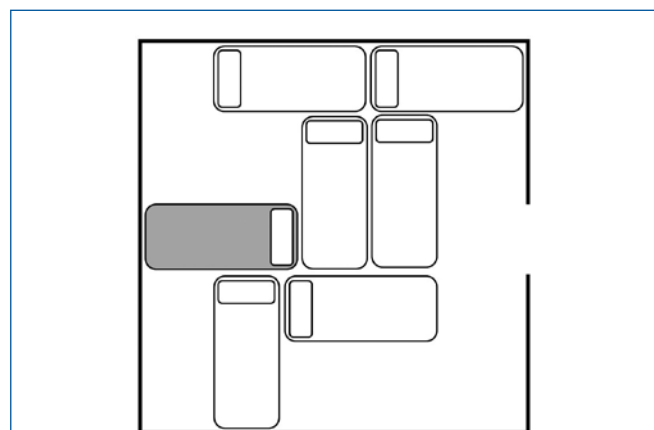
- **Plaidoyer pour la pratique de jeux numériques en classe et présentation de Mathador et Mathador Junior** (Trouillot, 2003) est un article d'Éric Trouillot, concepteur de jeux de calcul mental qui dénonce une utilisation abusive de la calculette au détriment de la construction des compétences de calcul mental à l'école. Pour les deux jeux qu'il présente, *Mathador* et *Mathador Junior*, l'auteur donne des pistes



Le jeu *Mathador*

pédagogiques et didactiques de mise en œuvre de ses deux créations en classe. Il insiste sur la nécessité des situations ludiques pour restaurer le plaisir d'apprendre en mathématiques et plaide pour une pratique du calcul mental accrue. Eric Trouillot donne aussi au lecteur les repères nécessaires pour une utilisation de son jeu *Mathador* en regard des programmes scolaires.

- En référence au jeu *Embouteillage* décrit par François Boule dans le n°200 de *Math-École* (Boule, 2001), le jeu *Rush Hour* (Information «jeux», 2003) est présenté brièvement: des véhicules sont pris



Un exemple de carte du jeu *Rush Hour*

dans un embouteillage dans une configuration déterminée par des cartes. Plusieurs agencements de départ y sont proposés selon un degré de difficulté croissant. Pour le joueur, le défi consiste à dégager son véhicule de l'engorgement.

- Dans le numéro 219 de *Math-École*, Valentina Celi présente une casse-tête en vogue au Japon et arrivé en Europe dès 2005 (Celi, 2013). Le *Kasan Kurosu* est un jeu basé sur une grille dans laquelle on doit placer les nombres de 1 à 9, sans les répéter, de façon à ce que la somme des colonnes et des lignes corresponde aux nombres placés dans les cases grisées. Voici une telle grille (où par exemple 11 est la somme de la colonne en dessous et 6 la somme des deux cases à sa droite):

	1	2	3	4	5	6
A			11	4		
B		5			10	
C	17					3
D	6			4		
E		10		3		
F			3			

Un exemple de grille du jeu *Kasan Kurosu*

L'intérêt du jeu est de développer les compétences de calcul des élèves, mais pas seulement: pour départager les différentes solutions, il s'agit souvent de poser des conjectures et de les valider graduellement de proche en proche.

Nous espérons que ces quelques exemples pourront mettre en évidence la composante ludique des mathématiques et qu'ils donneront envie aux lectrices et aux lecteurs de «se creuser la tête»!

Bibliographie

- Boule, F. (2001). «Jeux mathématiques et remédiation». *Math-École* 200, pp. 26-30.
- Celi, V. (2013). «Le *Kasan Kurosu* ou Le jeu des sommes croisées». *Math-École* 219, pp. 16-22.
- Coutat, S. & Vendeira, C. (2015). «Des pointes, des pics et des arrondis en 1P-2P». *Math-École* 223, pp. 14-19.
- Fontana, L. & Haifi-Blandin, A. (2015). «Analyse de l'activité *Tours de perles*». *Math-École* 224, pp. 18-22.
- Information «jeux» (2003). *Rush Hour*. *Math-École* 206, p. 40.
- Trouillot, E. (2003). «Plaidoyer pour la pratique de jeux numériques en classe et présentation de *Mathador* et *Mathador Junior*». *Math-École* 209, pp. 4-7.

Mathis!

Une intervention ludique axée sur les recherches en neurosciences

Isabelle Deshaies, Ph. D., Université du Québec à Trois-Rivières

La maternelle est un monde de découverte. Par le jeu, les élèves font une multitude d'expériences qui serviront de base pour les apprentissages plus formels lors de leur passage au primaire. Bien que le jeu soit au cœur de l'éducation préscolaire, il est tout de même essentiel qu'une intention pédagogique spécifique guide celui-ci et permette de cibler les incontournables. En ce sens, un bon jeu doit permettre à l'élève de vivre un certain niveau de difficulté et de questionnement (ni trop facile, ni trop difficile; sans quoi le premier nous fera abandonner par ennui et le second par son infaisabilité) et tout cela en risquant de faire des erreurs et en ayant du plaisir. Un grand mandat pour l'enseignant-e!

Cet article propose donc plusieurs pistes de réflexion. Dans un premier temps, il sera question de l'impact du plaisir dans l'apprentissage des mathématiques, puis d'une intervention ludique travaillant les préalables essentiels au préscolaire.

L'impact du plaisir dans l'apprentissage

Nous avons tous fait le constat que ce que nous apprenons dans un contexte de plaisir est plus susceptible de porter du sens. En fait, cela se révèle tout à fait vrai. Les études en neuroimageries cérébrales révèlent que le niveau de confort des élèves peut influencer sur la transmission et le stockage de l'information dans le cerveau (Thanos et al., 1999). Ainsi, plus un élève sent qu'il est bien dans une situation d'apprentissage, qu'il a du plaisir, plus les apprentissages se feront aisément. Toujours en lien avec les recherches en neurosciences, Kohn (2004) mentionne que lorsque la tâche proposée permet aux élèves d'être engagé-e-s et motivé-e-s, ces derniers-ères ressentent un stress minimal, ce qui leur permet d'atteindre des niveaux plus élevés de cognition. Ces élèves font davantage de connexions cérébrales, ce qui leur permet de mieux maîtriser la matière à l'étude.

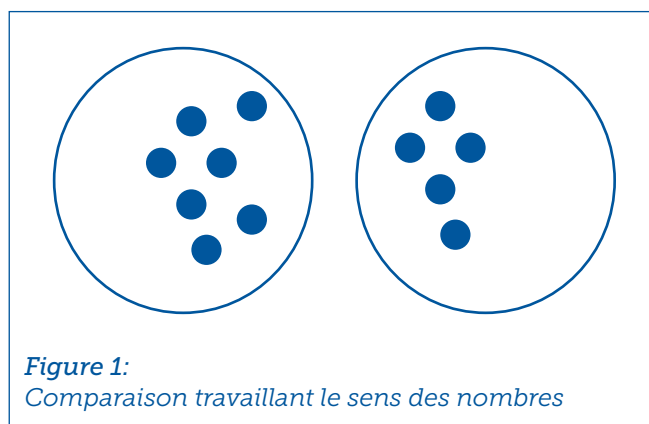
Le jeu crée donc un contexte qui est propice au développement des habiletés dans tous les domaines d'apprentissage de l'élève en raison des processus cognitifs impliqués. Les recherches de Willis (2007) en neuroimagerie démontrent que le processus d'apprentissage de nouvelles informations révèle que les zones les plus actives du cerveau sont les zones du cortex somatosen-

suel lié aux sens (ouïe, toucher, goût, vision, odeur). Ainsi, par l'utilisation de leurs sens en contexte de jeu, les élèves peuvent lier les nouvelles connaissances aux connaissances antérieures.

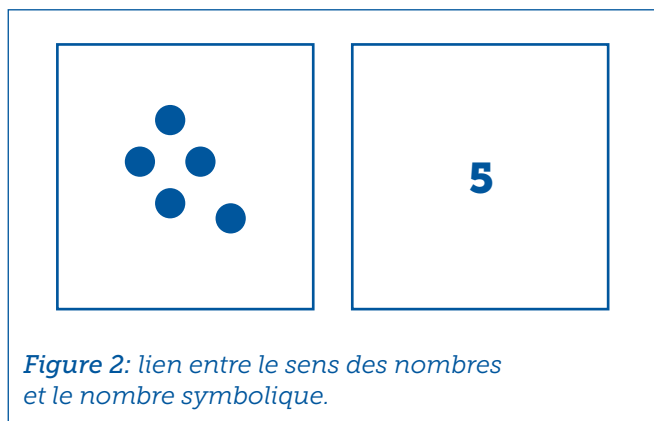
Au préscolaire (5 ans), le jeu fait partie intégrante du quotidien. Par celui-ci, les élèves sont confronté-e-s à différentes situations qui leur permettront de se préparer en vue des apprentissages plus formels au primaire.

Les préalables essentiels en arithmétiques au préscolaire

Des recherches récentes en neurosciences ont démontré qu'il existe des préalables essentiels dans l'apprentissage de l'arithmétique au préscolaire; soit le sens des nombres, le lien entre ce sens des nombres et le nombre symbolique et l'apport d'un enseignement par inhibition (Deshaies, Miron et Masson (2015). Le sens des nombres se définit comme étant le sens approximatif des nombres. Il permet à l'élève, sans avoir recours aux stratégies de comptage, de comparer deux collections en mentionnant laquelle en a la plus grande quantité (Dehaene, 2011). Dans ce cas, l'élève a recours à ses stratégies visuospatiales¹.



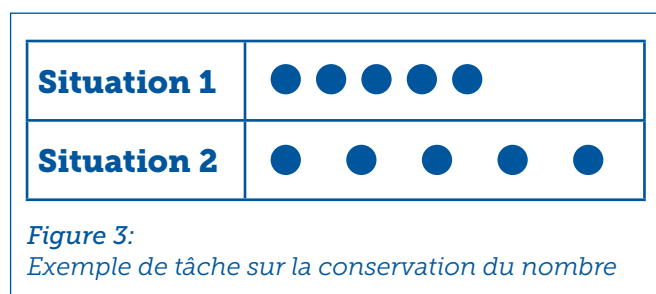
Cette habileté n'est pas suffisante pour construire le nombre sous sa forme symbolique, mais en favorise l'acquisition. Graduellement, l'élève apprend à établir des liens entre la capacité à discriminer des quantités déjà présentes dans son cerveau et leur représentation symbolique (Dehaene, 2011, Deshaies et al., 2015).



Comme le démontre la figure 2, l'élève fera graduellement le lien entre cinq jetons et le nombre 5.

Ce passage obligé permettrait donc à l'élève de mieux comprendre le nombre symbolique et ainsi mieux l'associer à une quantité.

Toutefois, apprendre à l'école nécessite par moment d'être en mesure de bloquer certaines stratégies inappropriées qui sont souvent utilisées de façon spontanée (Masson et Brault Foisy, 2014). Au préscolaire, pour construire leur sens mathématique, les élèves auraient besoin de la capacité d'inhibition du cerveau afin de bloquer leurs réponses perceptuelles intuitives erronées (Masson et Brault Foisy, 2014). Prenons par exemple la tâche de conservation du nombre de Piaget (1952, voir figure 3). L'enseignant-e place une première rangée de jetons devant l'élève et lui demande combien il y en a en tout (5 jetons), puis espace les jetons pour que ceux-ci prennent plus de place. L'enseignant-e demande alors à l'élève s'il y a plus, moins ou le même nombre de jetons qu'au départ. Dans cet exemple, beaucoup d'élèves se laisseront prendre par leur mauvaise stratégie visuospatiale, estimeront que la longueur de la distribution égale au nombre et répondront qu'il y a plus de jetons dans la situation 2 comparativement à la situation 1 (Houdé *et al.*, 2011).



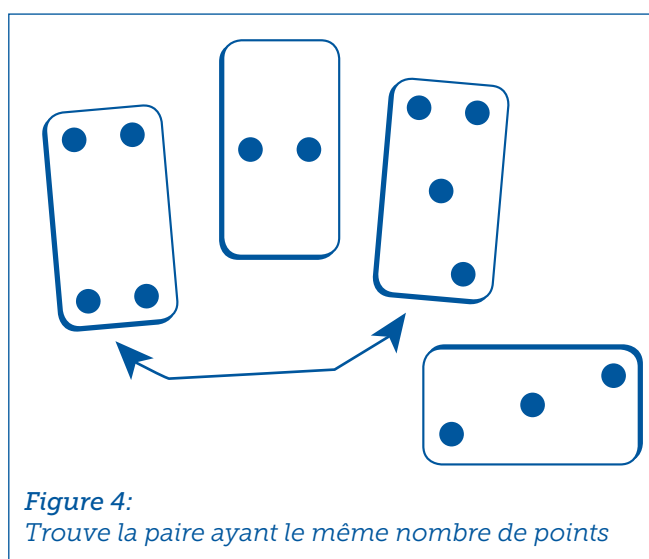
Cet exemple démontre bien que par moment, nos stratégies personnelles (longueur de la distribution est égale au nombre) peuvent nuire à notre compréhension et à notre apprentissage. Dans ce cas, il faut dans un premier temps identifier ces difficultés possibles et ensuite, mettre en place des situations de jeu dans les-

quelles l'élève pourra confronter ses mauvaises stratégies.

Les jeux proposés permettent donc à l'élève de se placer devant des situations favorisant plusieurs essais, qui permettent l'apprivoisement d'essais infructueux en vue de trouver des solutions. Ainsi, l'élève fait des tentatives et apprivoise l'erreur comme étant une incompréhension et non une fatalité (Metcalfé, Kornell et Son, 2007) et par le fait même, développe des stratégies efficaces.

Apprenons en jouant avec Mathis

Mathis, qui s'appuie sur les recherches les plus récentes en didactiques des mathématiques et en neurosciences, propose une démarche d'intervention ludique, axée sur l'acquisition des préalables essentiels en arithmétiques et le développement des stratégies efficaces. *Mathis* est un détective qui sollicite l'aide des élèves pour élucider vingt missions (jeux) et cinq ateliers mathématiques. Puisque les missions (jeux) sont construites autour de pièges mathématiques, elles proposent aux élèves des situations de jeu lors desquelles leurs fausses stratégies (inhibition) doivent être contrées. Prenons l'exemple de la mission 4. Les élèves doivent se placer en groupe de quatre personnes et placer devant eux leur jeu de cartes. À tour de rôle, les élèves tournent leur carte pour la rendre visible. Lorsqu'un-e élève repère la même cardinalité (le même nombre de points) sur deux cartes, il lui faut taper au centre de la table pour ramasser alors l'ensemble des cartes. Le but du jeu est de ramasser toutes les cartes. Toutefois, il y a différents pièges, celui de la couleur, celui de la disposition et celui de la grosseur des points. L'élève doit rester concentré-e sur la tâche (trouver deux cartes ayant le même nombre de points) et non se laisser distraire par les pièges (voir exemple figure 4).



La mission 11 consiste à jouer au jeu de la bataille, où l'élève doit déterminer laquelle des deux cartes a la plus grande cardinalité. Toutefois, il ne s'agit pas de cartes

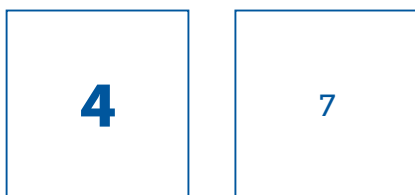


Figure 5: Bataille de nombres

ordinaires, mais de cartes comprenant un piège, soit la grosseur associée au symbole. Pour réussir la mission et gagner les cartes, l'élève doit faire fi de la grosseur des symboles et associer ces derniers à la cardinalité (voir l'exemple de la figure 5).

Ainsi, afin d'amener les élèves à contrer leurs fausses stratégies et ne plus tomber dans les pièges mathématiques, il faut mettre en place des jeux où l'élève sera confronté-e à celles-ci (pour de plus amples informations, voir Deshaies 2017).

Conclusion

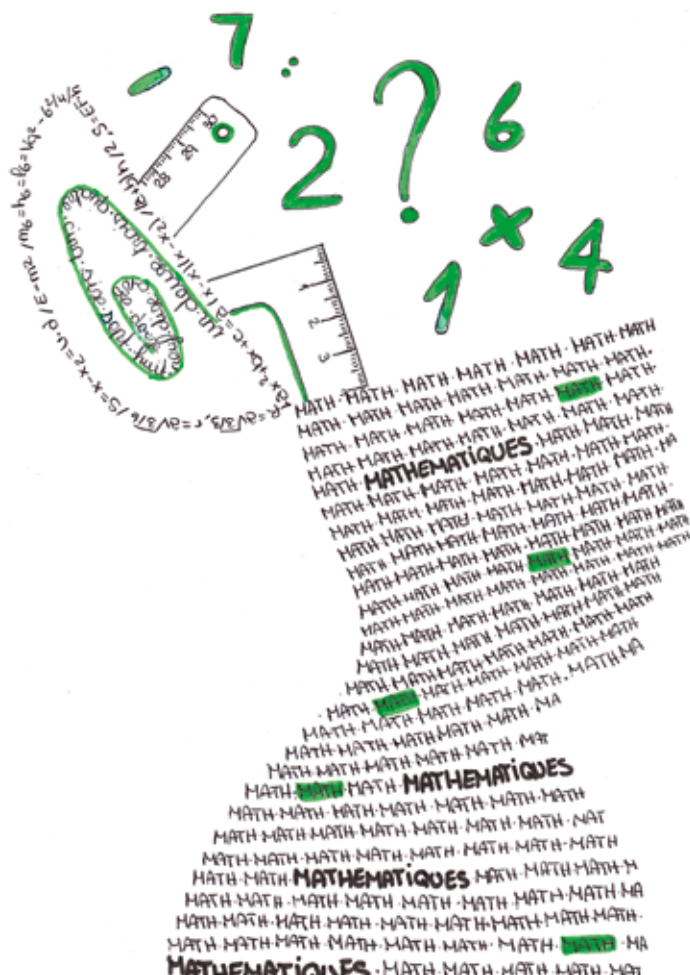
L'intervention de Mathis propose des jeux mathématiques destinés à travailler les préalables essentiels en arithmétiques. Par la mise en place de ceux-ci, les

élèves sont amené-e-s à déterminer les situations dans lesquelles il pourrait y avoir ou non présence d'un piège et mettre en place les stratégies efficaces. Les jeux permettent donc un enseignement par inhibition.

Par ailleurs, l'intervention de Mathis permet une réelle construction des notions mathématiques puisqu'elle place les élèves dans des situations qui favorisent l'activation de zones cérébrales permettant aux nouvelles connaissances de se rattacher aux connaissances antérieures (Willis, 2007). De plus, le contexte ludique permet aux élèves de prendre des risques, de se sentir à l'aise, de faire des erreurs et d'apprendre de celles-ci (Metcalf, Kornell et Son, 2007).

Par ses différentes interventions, Mathis permet également un dépistage précoce des difficultés d'apprentissage en mathématiques, et ce, dès le préscolaire. L'enseignant-e peut dépister très tôt les élèves chez qui les préalables semblent moins bien compris et les outiller davantage.

¹ La stratégie visuospatiale dans ce cas-ci est liée à l'association du nombre avec la longueur de la distribution des objets; plus les objets prennent de place, plus ils sont associés à une grande quantité.



Références

- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (Rev. and updated ed.). New York, NY: Oxford University Press.
- Deshaies, I., Miron, J.-M., et Masson, S. (2015). *Comprendre le cerveau des élèves pour mieux les préparer aux apprentissages en arithmétique dès le préscolaire*. A.N.A.E., (134), 39-45.
- Deshaies, I. (2017). *Effets d'une intervention didactique en mathématiques au préscolaire visant le développement du contrôle inhibiteur et adaptée au fonctionnement du cerveau sur l'apprentissage de préalables liés à l'arithmétique* (Doctoral dissertation, Université du Québec à Trois-Rivières).
- Houdé, O. (2014). *Apprendre à résister*. Paris: Éditions Le Pommier.
- Houdé, O., Pineau, A., Leroux, G., Poirel, N., Perchey, G., Lanoe, C., ... Mazoyer, B. (2011). «Functional magnetic resonance imaging study of Piaget's conservation-of-number task in preschool and school-age children: A Neo-Piagetian approach». *Journal of Experimental Child Psychology*, 110(3), 332-346. doi: 10.1016/j.jecp.2011.04.008
- Kohn, A. (2004). «Feel-bad education». *Education Week*, 24(3), 44-45.
- Lubin, A., Lanoë, C., Pineau, A., et Rossi, S. (2012). «Apprendre à inhiber: une pédagogie innovante au service des apprentissages scolaires fondamentaux (mathématiques et orthographe) chez des élèves de 6 à 11 ans». *Neuroeducation*, 1(1), 55-84.
- Masson, S., et Brault Foisly, L.-M. (2014). «Fundamental concepts bridging education and the brain». *McGill Journal of Education/Revue des sciences de l'éducation de McGill*, 49(2), 501-512.
- Metcalf, J., Kornell N. et Son LK. (2007). *A cognitive-science based program to enhance study efficacy in a high- and low-risk setting*. *Eur. J. Cogn. Psychol.* 19:743-68
- Piaget, J. (1952). *Autobiography*. Dans E. Boring (Éd.), *History of psychology in autobiography*. Vol. 4. Worcester, MA: Clark University Press.
- Thanos, P. K., Katana, J. M., Ashby, C. R., Michaelides, M., Gardner, E. L., Heidbreder, C. A., et al. (1999). «The selective dopamine D3 receptor antagonist SB-277011-A attenuates ethanol consumption in ethanol preferring (P) and non-preferring (NP) rats.» *Pharmacology, Biochemistry, and Behavior*, 81(1), 190-197.
- Willis, J. (2007). «The neuroscience of joyful education». *Educational Leadership*, 64(9).

Souvenirs d'un instituteur qui aimait (apprendre à) calculer

Jean-Marc Richard

Lorsque j'ai «reçu» ma première classe en 1976, comme la plupart de mes collègues, je donnais des «devoirs» quotidiens avec des tâches identiques jour après jour: une dizaine de mots choisis dans leur livre de vocabulaire à recopier, un verbe à conjuguer, une table de «livrets» à revoir et quatre opérations à effectuer. Parfois une strophe de poésie. Je me suis vite rendu compte de l'inutilité d'une telle pratique, et fondamentalement du non-sens de jeter des opérations au hasard, sans lien avec la réalité et sans intérêt mathématique. Et je n'ai jamais trouvé trace du mot «livrets» ni dans un ouvrage didactique, ni dans un plan d'études genevois ou romand.

Dès ma deuxième année de classe, je me suis mis à la recherche de petites situations permettant aux élèves de construire une bonne maîtrise opératoire et qui fassent sens. Je vais évoquer ici quelques activités qui ont produit de l'intérêt chez mes élèves. Je n'ai absolument rien inventé, j'ai tout glané ici ou là, chez d'autres collègues, dans les ouvrages scolaires, dans les revues scientifiques, à la télévision...

Partager et réfléchir ses procédures

Un certain nombre d'activités ludiques, même si elles ne sont pas directement liées à des découvertes mathématiques, ont permis d'entraîner dans l'enthousiasme et la bonne humeur. Le loto dont les nombres étaient annoncés par un calcul (un produit, une somme, un complément à 100, un double ou une moitié de...) mené par telle ou tel élève, parfois même en allemand! Nous jouions parfois en classe entière, parfois cette activité était intégrée dans les temps d'ateliers. Puis j'ai découvert mille et un matériels: des dés à 12, 20 ou 30 faces, des jeux de voyage *Fermez la boîte*, des toupies avec leurs cinq billes de bois tombant (ou pas) dans des cases bleues et rouges numérotées, etc. Les élèves ont inventé mille règles plus ou moins compliquées permettant de varier l'intérêt et le plaisir.

Régulièrement, nous jouions avec les dés avec toute la classe, et nous comparions nos façons de calculer en fonction de nos compétences, de nos schémas. Il fallait assurer une certaine rapidité sans sacrifier la sécurité.

Un 16×25 permettait: $(10 \times 25) + (4 \times 25) + (2 \times 25) =$
 $(20 \times 16) + (5 \times 16) =$
 $25 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$
 $16 \times 5 \times 5 =$
etc.

Un 9×22 permettait: $(10 \times 22) - 22 =$
 $(9 \times 20) + (9 \times 2) =$
 $9 \times 11 \times 2 =$

J'ai pu vérifier (intuitivement) que la comparaison de nos procédures, l'énonciation de nos difficultés, la recherche de facilités (des «trucs sûrs» comme pour la multiplication par 11) ont ouvert des possibles, renforcé les capacités de tous les élèves, même les plus hésitant-e-s. La tension entre rapidité et sécurité nous a amenés à construire et utiliser systématiquement des critères de contrôle: (im)parité des nombres, propriétés des M3, M5, M9, encadrement $15 \times 20 < 17 \times 23 > 20 \times 25$, ...

Puis est arrivé *Le compte est bon!* Nous nous sommes rendu compte qu'il y avait (presque) toujours une solution, souvent de nombreuses solutions. Nous nous donnions une semaine de recherche pour un tirage, et les familles étaient autorisées à participer. J'ai reçu une fois d'une grande sœur une feuille avec vingt-quatre solutions! En général, TOUS les élèves parvenaient à trouver une solution, souvent originale. Chaque semaine, je donnais une feuille qui récapitulait et validait toutes leurs propositions. Quelle fierté pour le petit Eude d'avoir apporté une solution qu'Agnan n'avait pas trouvée et à laquelle le papa de Nicolas n'avait pas songé! En 2011, comme nous séchions sur un nombre-cible, un élève a proposé un autre nombre qui contenait les mêmes chiffres. Ça nous a donné l'idée de rechercher, avec un même tirage, toutes les anagrammes d'un nombre-cible. Nous avons publié pendant un trimestre nos découvertes sur le site internet de l'école.

Le Compte est bon!

19 décembre 2011

Tirage: 4 / 5 / 12 / 20 / 50 / 60

Nombres cibles (2 - 3 - 8)

238, 283, 328, 382, 823 et 832

238

$$5 \times 5 = 250$$

$$250 - 12 = 238$$

$$60 \times 4 = 240$$

$$50 : 5 = 10$$

$$240 - 10 + 8 = 238$$

$$20 - 12 = 8$$

Tous les nombres utilisés!

283

$$20 + 4 = 24$$

$$24 \times 12 = 288$$

$$288 - 5 = 283$$

$$60 \times 4 = 240$$

$$240 + 50 = 290$$

$$290 - 12 + 5 = 283$$

$$5 \times 60 = 300$$

$$12 : 4 = 3$$

$$300 - 20 + 3 = 283$$

328

$$60 \times 5 = 300$$

$$300 + 20 + 12 - 4 = 328$$

$$60 \times 5 = 300$$

$$12 \times 4 = 48$$

$$300 + 48 - 20 = 328$$

$$60 \times 5 = 300$$

$$12 : 4 = 3$$

$$300 + 20 + 8 = 328$$

382

$$60 \times 5 = 300$$

$$300 + 50 + 20 + 12 = 382$$

$$4 + 5 = 9$$

$$9 \times 50 = 450$$

$$450 - 60 - 20 + 12 = 382$$

823

$$50 + 20 + 4 = 74$$

$$74 \times 12 = 888$$

$$888 - 60 - 5 = 823$$

832

$$50 - 5 - 4 = 41$$

$$41 \times 20 = 820$$

$$820 + 12 = 832$$

Construire ensemble un mur de briques

Lecteur régulier de revues comme *Pour la Science*, *Jeux et Stratégies*, *Tangente*, je collectais des curiosités mystérieuses que je pouvais partager avec mes élèves. Je suis tombé sur de petites merveilles qui nous ont occupés quelques jours, semaines, mois...

Le vol de Syracuse (présenté par Jean-Paul Delahaye dans *Pour la Science* n° 247, 1998) une conjecture encore indécidable aujourd'hui. La règle du jeu est très simple, vraiment à la portée d'élèves du primaire, et provoque des étonnements stimulants. Prendre un nombre entier autre que 1.

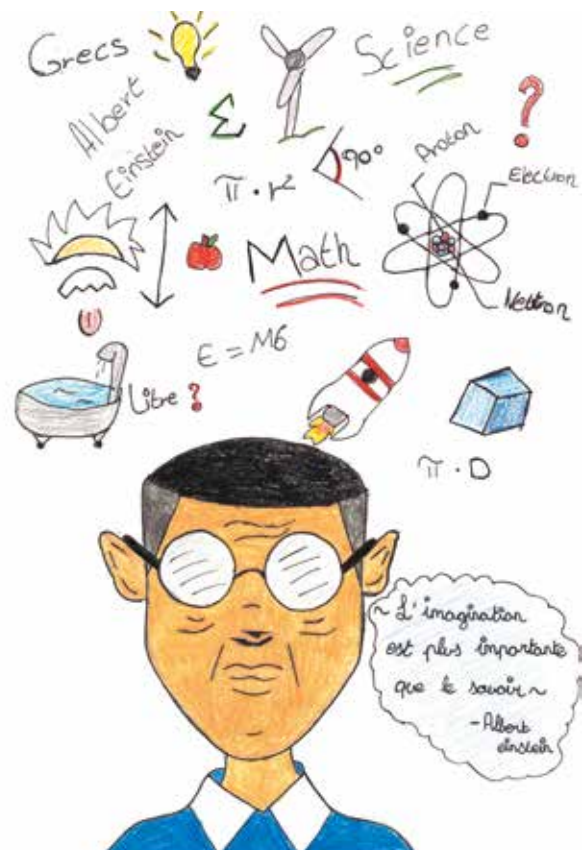
Test: Si ce nombre est pair, divisez-le par 2.
Si ce nombre est impair, multipliez-le par 3 et ajoutez-lui 1.

Avec le nouveau nombre obtenu, appliquez à nouveau le test. Que remarquez-vous? Notez toutes les étapes.

Exemple:
3 → [10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1]
17 → 52 → 26 → 13 → 40 → 20 → [10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1]

Sans chercher des «explications» qui ne sont pas à notre portée, nous nous sommes amusé-e-s à chercher le vol le plus long, le vol le plus haut, le nombre de pics successifs. Nous avons testé tous les nombres de 2 à 100, puis de 101 à 1000. Quel entraînement! Nous aurions pu nous lasser, mais en réalité, cette activité a permis à chaque élève, lent-e ou rapide, d'apporter sa contribution et de la voir prendre place dans un ensemble. C'était comme la construction d'un mur de briques, où chacun-e ajoute sa brique petite ou grande, au fur et à mesure de son travail. Chaque élève profite du travail des autres: celui qui cherche pour le nombre 17, lorsqu'il parvient à 10, peut reprendre la suite déjà trouvée. Pour explorer un ensemble de nombres aussi grand, il faut bien sûr s'entraider – parfois le vol dépasse la stratosphère –, se partager le travail, se vérifier mutuellement, se faire confiance.

Ces activités «murs de briques» convenaient bien à ma classe et à moi-même. Elles permettaient à chacun-e de prendre son temps pour bien entrer dans la consigne, d'affiner ses procédures, de développer des automatismes, de ne pas être découragé-e par les camarades qui ont déjà tout trouvé avant. Chacun-e est responsable de «sa brique», n'est en concurrence avec personne, mais sait que son résultat est attendu, qu'il sera utile à tous. On peut s'adjoindre un-e camarade, lui demander de l'aide ou une validation, ce qui n'est pas une correction en termes de Vrai/Faux. Sur le même modèle, nous avons établi un immense «mur» – il occupait bien une paroi de six mètres sur deux! – avec les diviseurs de tous les nombres de 1 à 1000.



Des divisions à la folie!

Une autre fois (avec les 6e de l'époque, aujourd'hui 8e), nous avons travaillé sur l'inverse des nombres premiers et l'observation des périodes décimales. Un truc de fous (furieux)!

Les nombres cycliques (présenté par Martin Gardner dans *Math' Circus*, éd. Belin, 1982).

On propose d'abord de diviser successivement 1, 2, 3, 4, 5, 6 par le nombre 7. Les élèves se répartissent les divisions à l'intérieur de leur petit groupe, puis comparent leurs résultats et oralisent leurs observations.

1: $7 = 0,142857 ...$	4: $7 = 0,571428 ...$
2: $7 = 0,285714 ...$	5: $7 = 0,714285 ...$
3: $7 = 0,428571 ...$	6: $7 = 0,857142 ...$

On propose d'explorer en divisant d'autres nombres par 7, puis une fois que la période décimale cyclique a été validée, on se lance dans la recherche avec N/NP pour voir si le phénomène réapparaît.

À un moment donné, un élève s'exclame:

– Monsieur, ça ne marche pas! Des fois il y a des cycles différents: par exemple avec 13, il y a un cycle de six chiffres, [153846|...] avec les nombres 2, 5, 6, 7, 8 et 11 divisés par 13... et un autre de six chiffres aussi. [230769|...] avec les autres nombres 1, 3, 4, 9, 10 et 12 divisés par 13!
– Oui, d'après le mathématicien qui m'a fait découvrir cette activité, il y a des nombres cycliques de première espèce (comme 1/7), de deuxième espèce (comme 1/13 que tu viens de découvrir), mais aussi de troisième, quatrième, cinquième espèce, etc. Je vous propose qu'on teste tous les nombres premiers entre 7 et 199. Dressons cette liste de NP, et par groupes de deux, vous choisissez le vôtre.

Les élèves plongent dans leurs calculs, certain-e-s sortent leur calculette, mais abandonnent vite, car l'affichage de dix chiffres est insuffisant. Je reprendrai un ou deux jours plus tard ce problème pour découvrir une façon de l'utiliser. Les premiers élèves affichent fièrement leurs divisions sur le mur: il leur faut plusieurs feuilles A4 en diagonale l'une sous l'autre, par exemple pour 1:89, une division avec 44 «étages», pour 1:97, une division avec 96 étages! C'est à cet instant que mon inspectrice (car nous n'avions pas encore de directrice) entre dans la classe, regarde ce que font les élèves, risque un œil sur la paroi et, prise d'effroi, me lance:

– Jean-Marc, vous êtes vraiment dérangé. Mais je vous prie, n'imposez pas votre folie à vos élèves!

Après cinq minutes d'explication par les élèves, elle reconnaît que c'est autrement plus intense et passion-

nant que la récitation des tables de multiplications...

Ce qui m'a toujours gêné, lorsque nous effleurions certains mystères avec les nombres, c'est que nous n'étions pas vraiment à même de mathématiser, de comprendre en profondeur ce que nous observions et de le décrire en un langage mathématique simple, mais juste. Cela restait pour nous de la magie, voire de la sorcellerie. J'aurais aimé qu'un mathématicien nous aide à prolonger nos observations, à les relier entre elles. Dans une prochaine vie peut-être (car je suis certain de choisir le même métier!). Aujourd'hui, nous pouvons nous aider d'internet.

À chacun-e selon ses capacités

Une autre découverte, c'est le jeu du *Juniper Green*. En voici les règles:

Le Juniper Green (inventé par un enseignant de cette même école et présenté par Ian Stewart dans la revue *Pour la Science* (n° 237, juillet 1997).

Le jeu ne possède que trois règles:

1. Le Joueur 1 choisit un nombre pair entre 2 et N_{max} (généralement 100)
2. À tour de rôle, chaque joueur doit choisir un nombre parmi les multiples ou les diviseurs du nombre choisi précédemment par son adversaire et inférieur à N_{max} .
3. Un nombre ne peut être joué qu'une seule fois.

Le perdant étant le joueur qui ne trouve plus de multiples ou de diviseurs communs au nombre précédemment choisi (on peut utiliser les jetons d'un loto ou une grille 10x10 facile à photocopier).

Ce jeu permet de travailler sur les tables de multiplications, de divisions, sur la notion de multiple, de diviseur, de nombres premiers, des critères de divisibilité; mais aussi et surtout de développer l'esprit de recherche et de stratégie. C'est un jeu non fini qui fait appel bien sûr aux capacités de calcul, mais aussi à la mémoire, à l'intuition. On peut s'y construire un style!

Ce jeu permet des différenciations selon le degré ou la compétence de chacun-e. Tel élève peut défier un-e camarade sur une grille de 0 à 40, telle autre sur une grille de 12x12 ou plus grande encore. On peut jouer à deux contre deux, ou en mode coopératif. Certain-e-s ont cherché à construire un arbre pour voir s'il y avait des coups gagnants, des choix meilleurs que d'autres. Ils ont noté leurs suites de coups, puis à chaque nombre perdant sont remontés d'un tour pour voir si le perdant aurait pu jouer autrement. Ils ont repéré certains nombres «fameux», comme 91 qui paraît être un nombre premier, mais en réalité se décompose en 7×13 . Je leur ai demandé de l'apporter à la maison et de jouer en famille. Quelques jours après, la grande sœur

d'un élève, une adolescente de 16 ans, est venue pour me défier devant toute la classe... et j'ai perdu. Comme mes élèves jubilaient!

Se saisir de l'actualité

En 2010, siégeant alors au Conseil municipal de ma ville, j'apprends que les Autorités souhaitent inscrire au budget 2011 une somme très conséquente pour organiser la commémoration du 225e anniversaire de la fondation de Carouge. Je suis assez étonné de ce nombre. Je comprenais bien que l'on fête le 100e anniversaire de l'orchestre où je joue (bien sûr!), le bicentenaire de la naissance de Jean-Jacques Rousseau, les 500 ans de la Réforme à Genève, le millénaire de la Ville de Neuchâtel, le trois millionième de la mort de Lucy; je goûtais nettement moins les 250 ans de la naissance de Napoléon, je m'interrogeais sur les 450 ans de l'Université de Genève (on aurait pu attendre encore 50 ans), sur les 80 ans de la boucherie Sanzot, mais alors le 225e! *225?* Non, mais, allô quoi!

Le lendemain, je demande à mes élèves de m'expliquer ce que ce nombre 225 peut avoir de curieux, d'intéressant, de force majeure. Et ils se lancent dans la recherche. Très vite, ils le décomposent en facteurs $3 \times 3 \times 5 \times 5$, ils font la liste de tous les diviseurs de 225 (1×225 , 3×75 , 5×45 , 9×25 , 15×15), ils l'expriment en 15^2 , et sous forme de $3^2 \times 5^2$, et s'aperçoivent qu'on peut ajouter 1^2 pour «faire plus joli» avec le produit du carré des trois premiers nombres impairs. Puis l'un d'entre eux trouve que 225, c'est aussi une somme de nombres carrés: $12^2 + 9^2 = 225$. Cela me rappelle vaguement un vieux théorème, et je leur suggère de rechercher d'autres décompositions en 2, 3, 4, ... carrés. Voici quelques-unes de leurs trouvailles:

$$\begin{aligned} 225 &= 15^2 && = 14^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 \\ &= 12^2 + 9^2 \text{ (triplet de Pythagore!)} && = 13^2 + 6^2 + 4^2 + 2^2 \\ &= 14^2 + 5^2 + 2^2 && = 12^2 + 8^2 + 4^2 + 1^2 \\ &= 11^2 + 10^2 + 2^2 && = 12^2 + 6^2 + 6^2 + 3^2 \\ &&& = 11^2 + 8^2 + 6^2 + 2^2 \end{aligned}$$

Puis nous abandonnons les carrés et cherchons avec d'autres puissances. Certains se rappelaient de la technique, étudiée en début d'année, de la multiplication «à l'égyptienne» et ont proposé

$$225 = 128 + 64 + 32 + 1 = 27 + 26 + 25 + 21$$

Un autre groupe a exploré les cubes et a trouvé

$$225 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 13 + 23 + 33 + 43 + 53.$$

Ouah! Je commençais sérieusement à penser que j'avais tort de m'exciter contre cette commémoration, que vraiment c'était un «beau» nombre. Nous

étions très fiers de cette suite de nombres consécutifs ($1+2+3+4+5=15$), et Sophie a demandé la parole:

– Moi, j'avais trouvé des additions avec des nombres qui se suivent, mais je pensais que ça ne valait pas le coup, que ce n'était pas intéressant. Par exemple $74+75+76 = 225$ et aussi $21+22+23+24+25+26+27+28+29 = 225$.
– Ouais, a renchéri Alice, on dirait qu'il y a un lien avec 3×75 et 9×25 , mais on n'arrive pas à en trouver d'autres. La classe se précipite sur le nouveau défi et on inscrit les résultats au tableau:

$$\begin{aligned} 225 &= \\ 74+75+76 &= 3 \times 75 \\ 43+44+45+46+47 &= 5 \times 45 \\ 21+22+23+24+25+26+27+28+29 &= 9 \times 25 \\ 8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+19+20+21+22 &= 15 \times 15 \end{aligned}$$

Alice – toujours elle! – annonce:

– Comme on dirait que ça «tourne» autour des multiples de 5, j'ai essayé de n'utiliser que des M5 et j'ai trouvé plein de solutions:

$$\begin{aligned} \text{mais aussi} \quad & 65 + 75 + 85 \\ & 50 + 75 + 100 \\ & 25 + 75 + 125 \\ & 15+20+45+60+75 \\ & 5+10+15+20+25+30+35+40+45 \quad (\text{les 9 premiers M5}) \end{aligned}$$

Nous trouvons des quantités de solutions et nous voyons qu'il «suffit» d'avoir des écarts réguliers pour trouver de nouvelles séries:

$$\begin{aligned} 25 \pm 6: & 1 + 7 + 13 + 19 + 25 + 31 + 37 + 43 + 49 \\ 45 \pm 13: & 19 + 32 + 45 + 58 + 71 \end{aligned}$$

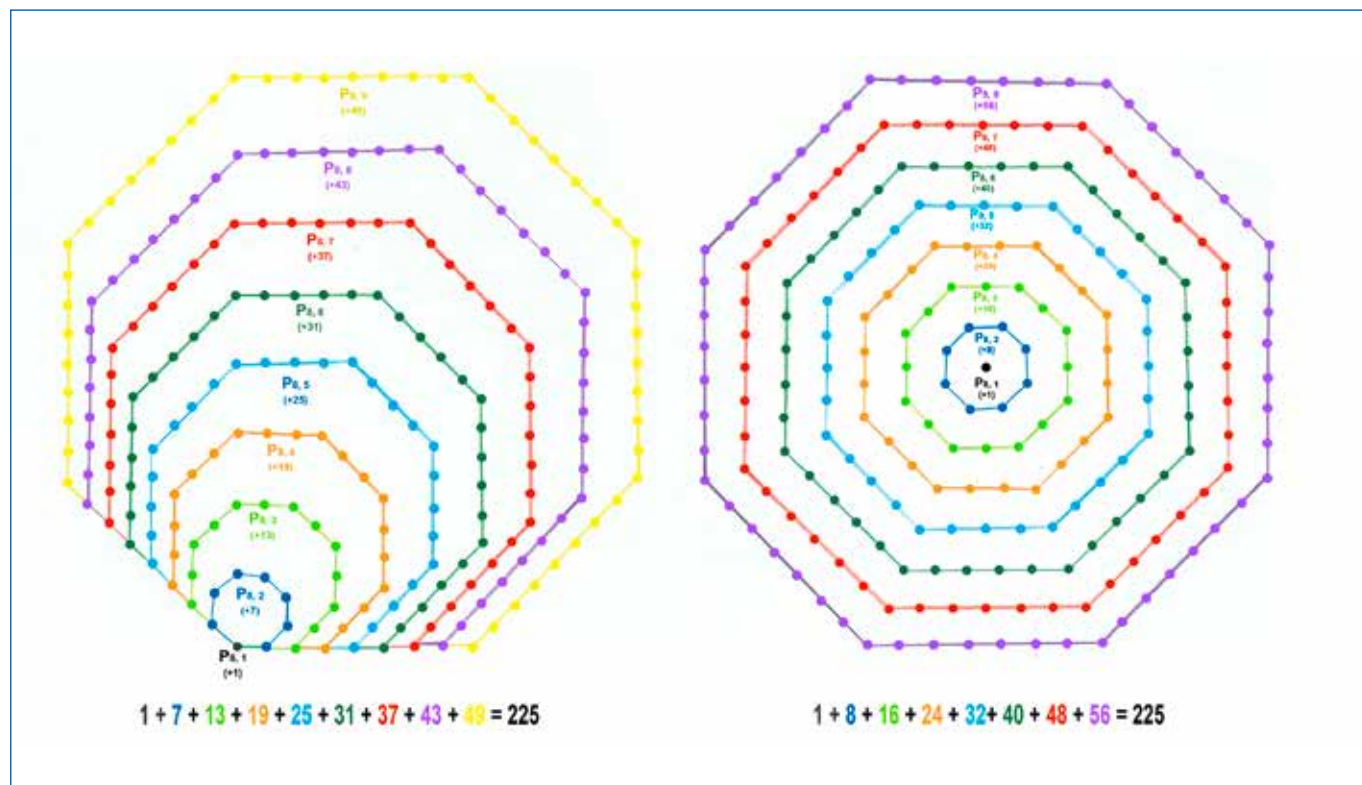
Et nous vivons un nouvel émoi: la suite des quinze premiers nombres impairs a aussi pour somme 225:

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29 = 225$$

Quelle magie! À ce stade de la recherche, je brûlais de faire partager nos découvertes aux autres élèves et enseignants de l'école, aux collègues du Municipal qui avaient subi mes dénigrement, à la population carougeoise, au monde entier, aux Martiens... Et voilà que nos édiles imposent comme thème de décoration du cortège des écoles, fin juin 2001, la commémoration du 225e. Je propose alors une sorte de manifestation non revendicative (sinon de respect envers nos jeunes

calculateurs), avec des pancartes où nos calculs seront calligraphiés en beaux caractères de couleurs. Je n'ai malheureusement pas pris de photo, mais je peux vous assurer que ces vingt-deux pancartes brandies à bout

de bras dans les rues de notre ville ont intrigué et étonné plus d'un badaud. J'ai reçu deux jours après, de la part d'un papa d'une autre classe, une représentation de ce nombre sous forme de deux octogones:



Obtenir une reconnaissance sociale

Pendant très longtemps, lors de l'implémentation des nouveaux programmes de mathématique CIRCE I et II (années 70), j'ai entendu autour de moi, à la télévision, lu dans les journaux des propos affirmant que «Les élèves ne savaient plus compter, qu'on leur bourrait le crâne avec des notions particulièrement sottes et inutiles» (on s'attaquait surtout à l'utilisation des bases). J'en étais fort énervé. J'ai cherché alors toutes les occasions de démontrer aux parents qu'ils se trompaient, voire les défier. À cette époque, nous travaillions le samedi matin, et c'était assez facile d'inviter les parents en classe pour partager des moments d'activité. Avec plusieurs collègues de mon école, nous organisions des classes ouvertes avec des temps de présentation (mini spectacle chant et poésie...), des temps de «leçons de démonstration» (éducation physique, allemand...) et des temps de recherches partagées (géographie, sciences, mathématiques, ...). Je plaçais toujours un temps de «défi», par exemple une «dictée de la mort» préparée par un groupe d'élèves, mais souvent un concours de calcul mental. Soit nous tirions au hasard cinq élèves et cinq adultes, soit chaque camp choisissait ses cinq hérauts. Nous nous confrontions avec des multiplications, des compléments (rendre la monnaie sur...), des

petites énigmes numériques. Les élèves n'ont jamais été inférieur-e-s aux adultes-parents, et cela contribuait fortement à rassurer les parents. Les élèves se trouvaient renforcé-e-s dans leur estime: «Voilà quelque chose qui pour mes parents semble important et que je maîtrise aussi bien qu'eux!» Par ailleurs, le calcul mental n'étant pas réservé aux francophones, cette activité permettait aux parents qui n'ont pas connu un même genre d'école de partager avec leurs enfants un monde connu et reconnu.

Voilà. Comme on l'aura compris, je ne suis pas opposé aux activités de *drill* qui permettent de consolider la maîtrise opératoire avec les nombres, mais je sais qu'il y a assez d'activités joyeuses et passionnantes, tant dans les manuels romands de mathématique que dans les revues spécialisées, que des échanges de pratiques entre collègues permettraient de nous passer définitivement (de nous l'interdire!) d'imposer aux élèves l'apprentissage des litanies et des calculs qui ne se réfèrent à rien, ne produisent aucun *aha!* (Martin Gardner), n'amènent aucun apprentissage ni aucune compétence d'ordre mathématique. L'aspect ludique est un puissant moteur, s'il ne donne pas lieu à trop de compétition, mais reste un émerveillement devant la «magie» des nombres.



S'appuyer sur les conceptions intuitives pour aller au-delà

Emmanuel Sander, IDEA (Instruction, Développement, Éducation, Apprentissage), Faculté de Psychologie et des

Lorsque le problème: *Il y a 5 oiseaux et 3 vers. Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers?* est posé à des élèves de 5 ans, ils sont moins d'un quart à trouver la solution. En revanche, lorsque l'énoncé débute de manière identique et que la question est: *Combien d'oiseaux n'auront pas de vers?*, la réussite au même âge est presque totale. Pourtant l'opération $5-3=2$ permet de trouver la solution de l'un comme de l'autre. Cela tient au fait que la représentation que les élèves se construisent à la lecture des énoncés a une influence majeure sur leur difficulté. Dans le premier cas, la plupart des élèves se trouvent en impasse, car l'idée qu'une comparaison puisse trouver sa solution en soustrayant s'avère difficile. En revanche, la majorité des élèves réussit à trouver la solution au deuxième énoncé en imaginant un scénario dans lequel trois oiseaux mangent chacun un vers. Ils éliminent ainsi mentalement trois vers de la représentation qu'ils se sont construite et aboutissent à la conclusion que deux vers restent. Ainsi, les interprétations suscitées par les énoncés ont une influence majeure sur la possibilité pour un élève de résoudre un problème.

Un défi pédagogique

Or les notions mathématiques au programme de l'école primaire sont elles-mêmes irrésistiblement liées dans l'esprit des élèves à des notions issues de leur vie quotidienne, qui influencent ces interprétations (Lautrey et al., 2008). Les élèves s'appuient inconsciemment sur ces notions quotidiennes lorsqu'ils cherchent à résoudre un problème de mathématiques. Par exemple, la notion de soustraction est indissociable de celle de *retirer* puis *rechercher le reste*: lorsqu'il leur est demandé d'inventer un problème de soustraction, dans presque tous les cas, une quantité de départ, connue, est introduite (*Paul a 8 billes*), on en retire une partie, là encore connue (*Il en donne 3 à Pierre*), et l'énoncé s'achève par une question sur la partie subsistante, inconnue (*Combien lui en reste-t-il?*). Cette association mentale serait parfaitement adaptée pour la résolution de problèmes de soustraction si soustraire, c'était toujours *rechercher un reste*, mais la difficulté

réside dans le fait qu'il existe de nombreux cas où ce n'est plus vrai. Ainsi, la même opération de soustraction $8-3=5$ s'applique tout autant à l'énoncé *Pierre a 3 billes. Combien faudrait-il en ajouter pour qu'il en ait autant que Paul?*, ou à *Pierre a 3 billes, combien Paul a-t-il de billes de plus que Pierre?*, ou encore à *Pierre avait 3 billes. Il en gagne à la récréation et ensuite il en a 8. Combien en a-t-il gagnées?* Pourtant, rien n'a été retiré dans ces énoncés; tout au contraire, on a cherché *combien il faudrait ajouter, combien de plus, combien a été gagné*, pourtant tous font tous partie de la catégorie des problèmes de soustraction. On approche la réussite parfaite au premier énoncé dès 3P, alors que la version *Combien Paul a-t-il de plus de billes que Pierre?* est réussie par à peine un tiers des élèves (Vergnaud, 1994). Un.e élève de début d'école primaire aura l'impression que ces problèmes sont de natures profondément différentes dans la mesure où on retranche dans l'un et on gagne dans un autre. C'est un défi pédagogique que de faire saisir que ces problèmes sont analogues sur le plan mathématique: que si l'un et l'autre peuvent se résoudre par la même opération arithmétique, c'est parce que dans l'un comme dans l'autre, on cherche à déterminer un écart entre deux valeurs. Il s'agit alors de faire travailler les élèves sur ces différentes formes d'énoncés pour leur permettre de développer la notion d'écart, qui seule permet de subsumer tous les cas et ainsi d'unifier le sens donné à la notion de soustraction. L'enjeu pour les apprentissages mathématiques est d'autant plus conséquent que ces conceptions intuitives résistent à l'enseignement, non pas au sens où rien ne peut être fait pour travailler sur elles, mais au sens où elles restent prégnantes, y compris à l'âge adulte, et où un travail important est nécessaire pour qu'elles ne se substituent pas complètement à la notion mathématique dans l'esprit des individus.

Additions, multiplications et divisions

La soustraction n'est pas un cas isolé à être perçue par le biais de telles connaissances de la vie quotidienne; l'addition est de son côté indissociable d'un ajout, ce qui contribue à la difficulté d'un énoncé tel que *Paul*

ives des élèves

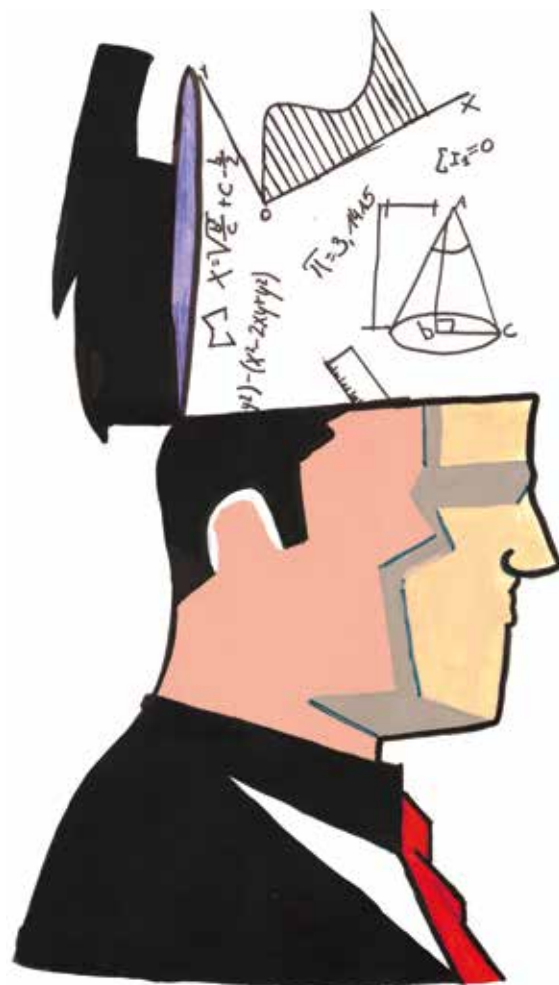
Sciences de l'Éducation, Université de Genève

avait des billes. Il en perd 5 à la récréation. Il lui en reste 3. Combien Paul avait-il de billes avant la récréation?, qui se solutionne par une addition même si pourtant on n'y fait que perdre. La multiplication est quant à elle associée à une *réplication*. Ainsi, s'il est demandé à une personne d'inventer un problème de multiplication, il y a toutes les chances qu'elle propose une situation dans laquelle une quantité donnée est additionnée plusieurs fois. C'est par exemple le cas dans *Combien y a-t-il de gâteaux dans 4 paquets de 10 gâteaux?* (réplication de 4 paquets) ou *J'achète 6 stylos à 4 euros l'unité. Combien vais-je dépenser?* (réplication de 6 stylos). Pour cette raison, l'idée est répandue que multiplier rend plus grand, alors que pourtant lorsque l'on multiplie par une valeur inférieure à 1, par exemple par 0,3, le résultat est inférieur à la valeur de départ. Un énoncé comme *Quel est le prix de 0,22 gallon d'essence si un gallon coûte £ 1,27?* met en échec une majorité d'élèves d'âge du secondaire I, qui posent à tort une division. Pour peu que l'on remplace la valeur 0,22 par un 3, ce qui rend le problème conforme à la multiplication-réplication (le gallon qui coûte £ 1,27 est cette fois répliqué en 3 exemplaires), la quasi-totalité des élèves réussissent cette fois. En ce qui concerne l'opération de division, c'est la *Recherche de la taille de la part* dans un *Partage équitable* qui se substitue dans l'esprit des élèves à la notion mathématique. La conséquence en est que 94% d'élèves de 13 ans à qui on demande «Invente un problème de division» construisent un problème comportant une quantité initiale répartie ensuite équitablement entre un certain nombre d'entités avec une question portant sur la taille de chaque part (par exemple *20 bonbons partagés entre 5 amis*, ou *18 oranges réparties dans 6 paniers*). L'idée que diviser rend plus petit a pour source cette conception de la division, car le résultat est toujours inférieur à la valeur de départ dans une situation de partage équitable. La tâche *Invente un problème de division dont le résultat soit plus grand que la valeur de départ* est jugée impossible par 79% d'entre eux et presque aucun élève ne réussit à construire de tels problèmes, dont la formulation n'a pourtant rien de particulièrement abstrait, par exemple *Combien de*

verres de 0,25 litre puis-je remplir avec une bouteille de 2 litres d'eau?, dont le résultat est 8 – et donc plus élevé que 0,25. C'est également du fait de cette conception intuitive qu'un énoncé comme *Avec 15 roses, on peut faire 5 bouquets identiques. Combien de roses seront dans chaque bouquet?* (93% de réussite parmi des élèves du secondaire 1) est nettement plus facile que *15 amis ont acheté ensemble 5 kg de cookies. Combien chacun en a-t-il reçu?* (28% de réussite parmi les mêmes élèves), car dans ce dernier cas il y a un conflit entre une situation de partage typique dans laquelle 15 objets sont répartis entre 5 personnes et celle décrite par l'énoncé qui désigne une situation de partage inhabituelle, où cette fois c'est 5 qu'il faut partager en 15.

Une mission primordiale de l'école

Ces conceptions intuitives sont loin d'être inutiles. Elles ont le mérite essentiel de fournir un cadre d'interprétation familier aux élèves, d'autant plus utile qu'il coïncide fréquemment avec la notion scientifique – il s'agit du domaine de validité de la conception intuitive.



La progression comporte un travail sur des situations, sur la pratique du calcul approximatif, sur la résolution de problèmes, sur un entraînement systématisé au calcul mental.

Elles constituent une manière directe d'aborder une notion, compatible avec ses connaissances antérieures. Cependant, si l'enseignement ne va pas au-delà de ces conceptions premières, le progrès est vite limité. En effet, le risque est que l'élève se cantonne à apprendre quelques performances calculatoires (les fameuses «formules mathématiques») en préservant ses conceptions intuitives, le menant à l'échec hors de ce cadre. Or, des analyses de manuels scolaires ont montré que dans leur grande majorité, les situations soumises aux élèves les ancrent dans leurs conceptions intuitives. Par exemple, dans 97% des problèmes à résoudre par addition, les objets additionnés appartenaient à des catégories de même niveau (des pommes et des poires, ou des billes bleues et des billes rouges) et dans 94% des problèmes requérant une division, les objets étaient reliés fonctionnellement (des oranges et des paniers, ou des fleurs et des vases). C'est un peu comme si dans un cours sur la Suisse, on ne présentait aux élèves que des banquiers et des fromages, ou encore qu'on ne représentait les filles qu'habillées en rose, et qu'on s'étonnait ensuite que les stéréotypes aient la vie dure et que les conceptions intuitives restent présentes à l'âge adulte. Un élève qui parviendra, dans une situation comprenant 15 oranges et 3 billes, à imaginer le problème *Combien y a-t-il de fois plus d'oranges que de billes?* montrera une compréhension bien plus abstraite des notions mathématiques concernées que celui qui restera complètement dépendant de ses conceptions intuitives et se cantonnera à *Combien peut-on mettre d'oranges par panier?* pour un énoncé faisant intervenir 15 oranges et 3 paniers. Or, non seulement cette capacité se travaille, mais elle constitue une mission primordiale de l'école, car il s'agit que l'élève ne se limite pas à une plate transposition de ses conceptions quotidiennes, vite limitées et incompatibles avec la décontextualisation nécessaire en mathématiques dans de nombreuses situations.

Un autre rapport aux mathématiques

Des initiatives existent pour que des dispositifs d'apprentissage travaillent ces aspects. C'est le cas du dispositif ACE/Arithmécole (Villette *et al.*, 2019), qui concerne pour l'instant les trois premières années de l'école primaire française. L'originalité de la démarche adoptée dans ce projet réside dans l'utilisation de travaux de recherche menés dans plusieurs disciplines (sciences de l'éducation, psychologie cognitive et du développe-

ment, didactique des mathématiques, neurosciences cognitives,) et dans le fait que le projet repose sur la construction d'un collectif de recherche coopératif professeur-e-s-chercheurs-euses. Ce dispositif respecte bien sûr les programmes et le temps alloué aux mathématiques. Il a fait l'objet de plusieurs évaluations par comparaison de classes expérimentales et de classes contrôles aux caractéristiques comparables. Les résultats de l'analyse des progrès des élèves ont montré une progression supérieure du groupe ACE, avec un apport qui est d'autant plus marqué pour les élèves en éducation prioritaire, qui progressent tout au long de l'année pour obtenir des performances semblables à celles des élèves témoins en éducation non prioritaire. Les écarts s'accroissent entre classes de l'enseignement prioritaire et classes de l'enseignement prioritaire dans le groupe témoin, mais dans le groupe ACE, ils ont tendance à se réduire; les «professeurs ACE» disent que leurs élèves et eux-mêmes ont élaboré un autre rapport aux mathématiques, qu'on peut désigner comme un «rapport d'enquête», qui leur fait plus facilement produire des mathématiques de leur propre mouvement. La progression comporte un travail sur des situations, sur la pratique du calcul approximatif, sur la résolution de problèmes, sur un entraînement systématisé au calcul mental. Par exemple, des élèves de 6 ans vont travailler sur une situation dans laquelle Hugo prend un ascenseur pour aller du 3^e au 11^e étage et où il faut trouver combien d'étages il va monter. S'il suit sa conception naïve, il cherchera mentalement à parcourir les étages 4e(1), 5e(2)...11e(8). Cette stratégie mène le plus souvent à l'échec, car il est très difficile d'arriver à terme; à l'inverse, si l'élève réussit à percevoir qu'on peut aussi enlever 3 de 11 et aboutir au même résultat: 10(1), 9(2), 8(3), il est en train d'ancrer la conception que la soustraction n'est pas qu'une histoire de retirer, mais de rechercher un écart. Il s'agit d'un cas de recodage sémantique (Sander, 2018), où l'élève met à profit une connaissance qu'il n'associe pas usuellement à une notion scolaire, mais qui lui donne une perspective utile. Il s'agit ainsi d'aller au-delà de sa conception intuitive de la soustraction, en s'appuyant sur une autre notion qui lui est familière, celle d'écart, mais qu'usuellement il n'associe pas à la soustraction. •

Références

- Lautrey, J., Rémi-Giraud, S., Sander, E., & Tiberghien, A. (2008). *Les connaissances naïves*. Paris, Armand Colin.
- Sander, E. (2018). «Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques. Le cadre A-S», *Pré-Actes du séminaire de didactique des mathématiques*. Dans J. Pilet. et C. Vendaïra (Dir), pp. 119-138.
- Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité: problèmes de l'enseignement de smathématiques à l'école élémentaire*. Berne: Peter Lang.
- Villette, B, Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S., & Richard, J.-F. (2019). «Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP? Le dispositif ACE». *Revue Française de Pédagogie*, 201.

C'était à nous de trouver une manière de faire...

Interview de Lucia, 5P, par Nicolas, son parrain

Qu'est-ce que tu apprends de sympa, maintenant, en mathématiques?

Lucia: On a commencé les multiplications. Je connais toute la table des 11. C'est trop facile! 11 fois 5 égale 55. On a appris que chaque fois, c'est deux fois le même nombre. Et 5 fois 5, ça m'a aidé pour vérifier que j'avais gagné quand j'ai joué au Dobble!

Comment ça?

Pour compter surtout. Ben, j'avais mis 5. J'avais 5 en haut et 5 sur les côtés. Il y en avait 5 et 5 et je savais que ça faisait 25. C'était important pour être sûre que j'avais gagné!

Qu'est-ce qu'il y a encore de sympa?

Par exemple quand on fait un jeu, avec la stagiaire, elle nous fait toujours faire un exemple. Et chacun peut dire ses résultats. Ce n'est pas comme si on dit «c'est bien, mais ça ce n'est pas juste» ou «il ne fallait pas faire ça». Avec la stagiaire, on peut mettre plein de propositions.

Tu mets des propositions, puis après vous analysez les propositions?

Oui! Et on se dit «qu'est-ce qui était plus rapide...». Mais ça ne veut pas dire que les autres sont fausses! C'est juste pour qu'on puisse en rajouter, pour comprendre.

Tu trouves intéressant de découvrir quelles sont les différentes façons de faire un exercice?

Et pas faire comme d'autres gens qui font «ça c'est bien, mais ce n'est pas le bon». C'était plutôt comme mon ancienne maîtresse, celle que j'aimais le plus. Elle nous a dit à la fin de l'année scolaire qu'on a peut-être beau-

coup appris, mais qu'elle aussi, elle a beaucoup appris de nous. En tout cas, moi et mes amis, ça nous a beaucoup donné envie de continuer à aller à l'école. C'est pour ça qu'avant j'avais très envie d'aller à l'école. Et maintenant, j'ai moins envie d'aller à l'école.

Mais tu disais que ta maîtresse avait des façons très chouettes d'enseigner...

C'était surtout la plus marrante. Mais c'était mieux aussi parce si quelqu'un avait des fautes, elle ne nous disait pas où. C'était à nous de trouver une manière de le faire. C'était une manière de faire des progrès en cherchant des choses comme ça... Ou bien, des fois, elle nous disait que c'était la phrase qui était fausse, mais elle ne nous disait pas quoi.

Donc c'était intéressant cette manière de dire qu'il y a quelque chose de faux sans dire où.

Surtout dans les maths, c'était trop bien! Elle me disait: «Alors, dans cet exercice, il y a une chose de faux, mais je ne te dis pas quoi! Vous allez vous mettre à plusieurs pour chercher.» Parfois, il y avait des dictionnaires ou des feuilles de brouillon pour faire les calculs. C'était plus amusant et au moins, tu pouvais t'entraîner à voir et à faire plus rapidement les calculs, si tu les fais plus souvent. Surtout si tu regardes ce qu'il y a de faux.

Tu regrettes cela?

Maintenant, ils disent «tu peux prendre ça chez toi»... Mais il faut réviser, réviser, réviser. Ce n'est pas amusant, non. Après, comme à chaque fois, ils disent qu'il ne faut pas se plaindre quand on fait des maths. Mais en même temps, s'ils nous font réviser comme ça, nous on n'aime pas.

Déduire, prouver, convaincre

Née en Grèce vers le Ve siècle avant notre ère, la démonstration représente une façon de produire des vérités sommées de se légitimer. «Tu vois ce que je veux dire?» Eh bien, non, je ne vois pas ce que tu veux dire. Convainc-moi!

Nécessité d'argumenter dans la sphère politique, juridique et mathématique...

La mathématique nous initie constamment à la pensée hypothétique. En mathématiques, il n'y a que des «vérités sous condition», comme on dit «liberté sous condition». Si... alors...: la pensée hypothétique est à l'œuvre...

Sources: Guedj D. (2004), «Connaissance et émotions, les drames du savoir», in Bentolila (2004) *Les entretiens Nathan 31-36*, Nathan.



Le suan pan pour soutenir le tanoshimi de manabu¹...

Dialogue entre deux collègues autour du plaisir d'enseigner et d'apprendre les mathématiques.

Fumiharu Sato & Katja Vanini De Carlo

Nous sommes collègues, enseignant dans le même établissement (intervenant d'ailleurs aux deux extrêmes de la scolarité primaire); mais aussi chercheurs-expérimentateurs-curieux. Fumiharu enseigne à une 8H et vient de réaliser un mémoire de maîtrise à l'Université de Genève, intitulé *Le jeu de tâches et le boulier chinois pour faire des mathématiques en classe*. Katja, enseignante en 1H ainsi que formatrice et chercheuse, a lu le mémoire. Elle a beaucoup de questions, notamment autour de la «saveur des savoirs... mathématiques»...

Katja: Commençons par une petite devinette: combien de fois penses-tu avoir écrit le mot plaisir dans ton mémoire?

Fumiharu: Sans aller compter, j'aurais dit deux fois... mais peut-être que je l'ai dit sous d'autres formes. Par exemple le mot *surprise* qui est propre au jeu de tâches: et là c'était autant moi que les élèves qui étions à chaque fois surpris!

En effet, le mot plaisir n'apparaît pas... mais bien d'autres mots disent autrement et mieux ce que ton travail offre aux élèves: surprise, amusement, plaisanteries, avoir hâte, être fascinés, pris au jeu... En te lisant, j'ai pensé qu'il est évident que tu aimes cette discipline, mais on sent que tu ne veux pas leur «vendre» ton plaisir des mathématiques; je me trompe?

J'ai toujours aimé les nombres, les chiffres. Mais surtout, j'aimais bien comprendre; je pouvais passer des heures seul à chercher à comprendre des théorèmes, au collège. C'était une énorme satisfaction d'avoir trouvé par moi-même. Je pense que pour les élèves, c'est la même chose. Il faut les laisser chercher et quand ils trouvent par eux-mêmes, même si ce n'est pas la vérité mathématique, ni celle à laquelle le maître s'attendait, je trouve que c'est déjà quelque chose d'incroyable. Les mathématiques, c'est magique... mais une magie explicable! C'est ça, le vrai plaisir.

«Comment faire émerger la joie d'apprendre et de penser, une joie galopante et contagieuse, une joie qui batte en brèche les fatalités, érode la résignation et invite au partage des savoirs?»

Philippe Meirieu, *Le plaisir d'apprendre*

En t'entendant, j'ai l'impression que tu parles surtout du goût du défi – pour moi, c'est ainsi pour l'acte de traduire: je peux passer des heures à la recherche du bon mot! Mais du coup, ne pas réussir tout de suite fait bien partie du plaisir, non?

Absolument! Il faut être confronté à des obstacles, des contraintes, et c'est ainsi que l'on comprend qu'on a besoin de cet échec pour évoluer. Ainsi, la réussite ou la découverte deviennent vraiment quelque chose d'extraordinaire.

J'ai aussi lu dans ton travail que tu n'as pas eu peur de dire aux élèves, lorsque tu n'avais pas la réponse, qu'il fallait que vous cherchiez tous ensemble.

C'était vraiment très drôle: on était confrontés tout à coup à l'écriture d'un nombre très grand. Pour plaisanter, un élève a dit «un trilliard de millions!» Et je leur ai dit que moi non plus, je ne savais pas nommer ce grand nombre. Les élèves pensent souvent que l'on sait tout, c'est un a priori qu'ils ont, et du coup, l'enseignant pense qu'il n'a pas le droit à l'erreur. Alors que s'ils comprennent qu'on doit aussi chercher, qu'on se trompe aussi, cela leur permet d'entrer dans ce processus de recherche si important.



Dessin de Cinzia Giaccardi

Est-ce que tu penses qu'un-e enseignant-e qui n'a pas de plaisir ou qui a des craintes en manipulant les mathématiques peut tout de même enseigner efficacement cette discipline?

Je crois que c'est difficile en effet, lorsqu'en tant qu'enseignant-e, on n'aime pas ou on appréhende une discipline... pour ma part, encore une fois, je prends cela comme un défi, le défi de me surpasser. Il y a des matières où je suis moins à l'aise, et je crois aussi qu'un-e enseignant-e ne doit pas tout aimer. Malheureusement, avec les mathématiques, on a souvent une histoire scolaire... Dès les tout petits degrés, on pense que c'est une discipline difficile, parce qu'on en a fait de mauvaises expériences.

En lisant les narrations des activités dans ton mémoire, il est évident que les élèves ont eu du plaisir. Mais avoir du plaisir, est-ce suffisant? Dans l'activité qu'on veut rendre ludique à tout prix, ne risque-t-on pas de noyer l'objet d'apprentissage puisqu'on l'enjolive dans l'habillage de la tâche, pour parler comme Cèbe (2001)? Il me semble que cette question est présente, en filigrane, dans ton mémoire...

C'est pour ça que je n'ai pas voulu leur faire construire leur propre boulier. On aurait pu; mais je voulais aller directement au cœur des enjeux mathématiques, et partir sur le goût de la recherche, le plaisir de jouer avec le boulier. D'ailleurs, il ne suffit pas d'avoir de l'enthousiasme pour apprendre, pour comprendre. Cela est important, mais ne suffit pas. Dans mon travail, le boulier a permis de visualiser les savoirs, les opérations, et comprendre cela a été un plaisir en soi. Mais on ne ressent pas toujours quelque chose d'agréable, lorsqu'on apprend ni lorsqu'on fait des maths. C'est le processus qui doit être un moment de plaisir, alors que

malheureusement, souvent, élèves et enseignant-e-s considèrent que le plaisir intervient seulement lors du produit fini: avoir compris, avoir une belle note. Alors que c'est aussi les difficultés qui permettent d'avancer. Par exemple, j'avais cette élève qui utilisait le boulier en «écrivain» tous les nombres à l'envers... au début je ne comprenais pas, puis j'ai réalisé qu'elle les écrivait dans le sens de l'écriture! C'était très intéressant.

En effet, en lisant ça dans ton travail, j'ai pensé à ce que tu as évoqué, pendant la soutenance: la question des langues, notamment le nom des nombres en japonais. Je pense d'ailleurs à la manière dont on nomme les nombres dès 21 en allemand. Il y a là peut-être un levier intéressant, par exemple pour expliciter ces difficultés que tu as relevées dans ta recherche?

Oui, en effet en japonais et aussi en chinois, le système pour nommer les nombres est très régulier. Et cela permet déjà de faire des calculs.

Voici un projet passionnant qui se dessine: langues et mathématiques! Je vois bien dans mes activités d'éveil aux langues comment les élèves sont intrigués et surpris par les différences entre les langues.

C'est d'ailleurs exactement ainsi que ça fonctionne avec le jeu de cartes³: c'est à partir des surprises des élèves et de leurs propositions qu'on crée d'autres cartes, qu'on propose de nouveaux défis. Récemment, mes élèves se sont lancés presque par hasard dans un défi avec la calculatrice, parce qu'ils ont découvert qu'elle avait des limites: ils étaient tellement emballés, même ceux qui ne sont pas très passionnés des maths... ils marchaient dans la classe avec la calculatrice dans la main, se montrant leurs découvertes. C'était génial!

Encore une fois: la surprise, le hasard et le défi!

¹ Le *suàn pán* est le nom chinois du boulier; *tanoshimi* et *manabu* sont deux mots en japonais signifiant respectivement *plaisir* et *apprendre*.

² La logique d'écriture des nombres cardinaux, où le chiffre des unités est à droite, suivi vers la gauche des chiffres des dizaines, centaines, etc., est contraire à celle de l'écriture des langues indo-européennes, de gauche à droite.

³ Le jeu de tâches est une notion développée par Favre et ses collègues (2003). Ce jeu a pour but d'aider l'élève à entrer en interaction avec le milieu et ses objets. Il constitue un mode d'interactions particulier, matérialisé sous forme d'une série de cartes-défi qui oriente l'exploration effectuée par l'élève du problème mathématique.

Références

Cèbe, S. (2001). *Apprends-moi à comprendre tout seul*. X. Y. Zep, n°11. Meirieu, Ph. Daviet, E. Dubet, F., Stiegler, B. (2014). *Le plaisir d'apprendre*. Paris: Autrement.
Sato, F. (2019). *Le jeu de tâches et le boulier chinois pour faire des mathématiques en classe. Enjeux et perspectives pour un enseignement de la numération à l'école primaire*. Mémoire de maîtrise en Sciences de l'Éducation, Genève: FPSE.

Voulez-vous jouer à l'ethnologue avec moi?

Pascal Montois

J'avais 15 ans et l'ennui en classe était infini. Monsieur Henin, notre professeur, ressassait que le but de l'enseignement des mathématiques était de contribuer à la formation d'êtres humains méthodiques, créatifs, intuitifs et critiques. Mais pourquoi, alors qu'il nous voulait tous philosophes, s'acharnait-il interminablement à blanchir un long tableau en nous enivrant de concepts et de formules hermétiques? Pourquoi ne s'arrêtait-il de marmonner et d'écrire que pour nous lancer: «Exercice, prenez vos cahiers!» En fin de compte, j'ai toujours réussi mes examens, mais sans rien comprendre.

Bien des années plus tard, je me voyais confier la responsabilité d'un programme de formation intra-interculturel plurilingue en Amazonie bolivienne. Si, en tant que linguiste et didacticien des langues, j'avais des outils pour affronter le dernier volet, je me rendais vite compte que pour des matières comme les mathématiques et les sciences, j'allais devoir être créatif, car tout était à faire. Soudain, les cours de M. Henin me revenaient comme la félicité face à la réalité des écoles rurales boliviennes dont l'enseignement basé sur de sempiternelles répétitions à l'annoncée au rythme de *co-cachos*¹ excluait les indociles.

Quelques auteurs, comme Bishop, «père» de l'ethnomatématique, Nunes, Traoré, d'Ambrosio, Gerdes et Leal Ferreira, mais aussi les enseignements de Charles Pepinster² sur les multiplications arabe et égyptienne, m'ont incité à me mettre en recherche sur les nombres et les formes de calcul des peuples de la région et sur une autre façon de faciliter l'apprentissage de l'arithmétique et de la géométrie.

Munis d'un corpus d'informations recueilli directement sur le terrain et grâce à l'analyse bibliographique d'une série d'études linguistiques et anthropologiques, nous avons rapidement compris, mes amis de l'IPELC³ et moi, que la veine était considérable. Cette cueillette dans le patrimoine amazonien devenait une matière première susceptible de bouleverser les pratiques: mettre les jeunes en recherche, défier leur créativité et leur intuition, en facilitant la découverte d'autres logiques, d'autres sentiers mentaux dans cette forêt de schémas de pensée, cette multiformité de possibilités

qu'avaient inventées leurs ancêtres vers lesquels il était sain de retourner aussi pour renforcer une fragile estime de soi.

Cette stratégie, difficile à accepter par certain-e-s enseignant-e-s, s'est rapidement avérée gagnante pour de nombreux enfants ou jeunes gens abimés par l'école, car tout à coup ils avaient la parole, ils cherchaient seuls et à plusieurs et, ensuite, ils exposaient aux autres leurs trouvailles.

À la suite de cette contextualisation, je vous propose quelques pratiques, car l'action vous immergera davantage que mon plaidoyer. Donnez-moi la main, approchons-nous d'un groupe d'habitants de l'Amazonie où un initié apprend les mathématiques, héritées de ses ancêtres, à un groupe de gamins.

Recommandation: Les activités proposées sont classées de la moins difficile à la plus difficile; tous les participants à l'atelier se pencheront sur l'énigme n° 1, la moins compliquée, seul, puis à deux, puis à quatre et enfin inter-groupes, avant d'en choisir une autre. Ceci permettra de les laisser s'enhardir.



Activité 1: Un numéro sur la langue

Consigne 1: Écrivez le nom du nombre manquant dans la case marquée d'un X.

Consigne 2: Écrivez les caractéristiques de ce système de comptage.

Consigne 3: À votre avis, comment dirait-on 5 dans cette langue? Écrivez votre proposition.

Bakairi , langue caribe, parlée par moins de 900 personnes, de neuf communautés sylvestres du Mato Grosso, au Brésil					
	tokale		ahage		ahewáo/ ahage tokale
	X		?		

Voici un exemple issu d'un conte baikari qui relate les exploits d'un héros: «De retour de la chasse, il a abattu deux arbres. Puis, il a abattu deux arbres et encore un autre.»

Consigne 4: Écrivez les noms des nombres manquants dans les cases marquées d'un X.

Consigne 5: Écrivez les caractéristiques de ce système de comptage.

Yuracaré , langue isolée d'un peuple qui vit le long des rivières Chimoré et Ichilo dans la partie sylvestre de la Bolivie. Ils sont près de 2800 locuteurs.							
•	lecta	••	lasie	•••	livi	••••	lapsa
•••••	cheti	••••••	chicheti	•••••••	livi tese	••••••••	lasie tese
••••	X	•••••	tibanti	••••••	Lecta-n-dojo	•••••	X
•••••		•••••		•••••		•••••	

Ayoreode , langue des ayoreos, dernier peuple nomade de Bolivie, 1200 locuteurs, ils vivent dans la Chiquitanie. D'Orbigny ⁴ qualifiait la langue d'«italien du désert»							
•	chomarã»	••	gare»	•••	ga: dioc	••••	gagjani
•••••	chejna' yimanâi~	••••••	chomerã' iji' ti	•••••••	gare' iji' ti	••••••••	X
•••••••••	gagajni' iji' ti	•••••	chejna' yimanã' de»				
		•••••					

Consigne 6: Écrivez le nom du nombre manquant dans la case marquée d'un X.

Consigne 7: Si 60 se dit *chejna' ayore gadio*, comment se dira 40?

Quelles hypothèses pouvez-vous tirer de ces données?

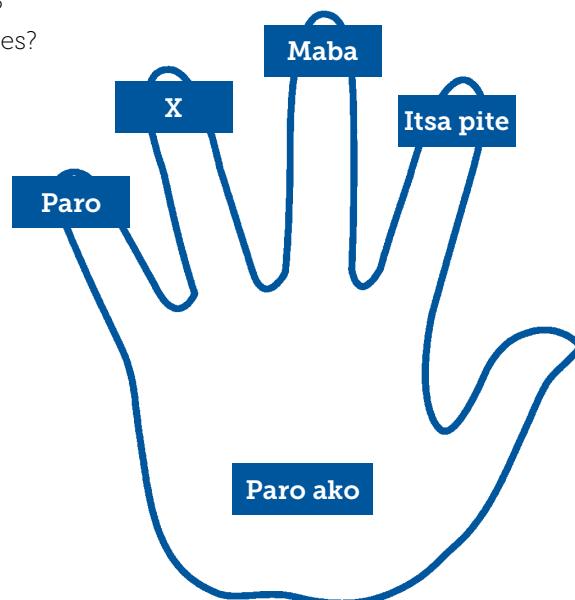
Consigne 8: Comment fonctionne ce système de comptage?

Ashaninka. Il s'agit du plus grand peuple indigène amazonien du Pérou, présent également au Brésil. Sa langue fait partie de la famille arawak et elle compte autour de 35'000 locuteurs.

Consigne 9: Observez bien les doigts de cette main et écrivez le nombre correspondant à la lettre X.

Consigne 10: Que signifie *paro ako*?

Consigne 11: Que retenez-vous de ce système?



NB: En ashaninka, *Itsa* se réfère à une nouvelle fois.

Activité 2. Il comptait en pano par les deux bouts

Le défi suivant concerne la famille pano qui compte seize langues et dont les locuteurs vivent entre le Brésil, le Pérou et la Bolivie dans des zones sylvestres. Leurs ancêtres étaient des chasseurs-cueilleurs. Cette activité porte sur les langues yaminahua, kaxarari, cashinahua et capanahua.

Consigne 1: Construisez un classement des nombres de 1 à 5 pour les quatre langues en se servant dans la liste suivante:

/ rafe nõ rafe / tʃaβnta wɲspi / fisti / mikĩ wistí / mẽke / raβĩnõ wistí / dabe inun besti / wɲspi /raβí / bestitxai / wistí / rafe / tʃaβnta / dabe/ meken besti / raβĩriʔβi nõ raβĩriʔβi / rafe nõ fisti / tʃaβnta tʃaβnta / dabe inun dabe /

Attention, ne soyez pas surpris, le kaxarari ne possède pas de mot pour exprimer le 5.

Consigne 2: Écrivez vos observations au sujet du comptage dans la famille pano.

Avant de continuer vers d'autres défis, je tenais à revenir sur le système ashaninka qui démontre bien la connexion entre le comptage et la main et il nous éclaire, peut-être, sur l'origine des bases 2 et 5. La similitude entre le deuxième et le quatrième doigt a permis leur répétition et, peut-être, la référence à trois pour le médium a-t-elle progressivement disparu, dans d'autres langues lors d'une phase d'abstraction, au profit du 2+1.

Ensuite, le nom de la main pour le 5 s'est diffusé dans de très nombreux groupes culturels et elle a amené le système décimal. Finalement, tout se passe sur tout le corps et permet d'imaginer une base 20, probablement par étapes comme c'est le cas en ayoreode (20 = l'homme complet) et, définitivement, chez les peuples à l'arithmétique plus affirmée comme les Mayas.

Activité 3: Compter à deux en itonama

Le peuple itonama vivait dans le Béni en Bolivie autour de Magdalena. Aujourd'hui, il ne reste que deux locuteurs de cette langue isolée. Il n'existe originellement que deux expressions numériques (un et deux), mais qui s'expriment de différentes manières.

À vous d'en découvrir le fonctionnement!

Consigne 1: Je vous propose d'observer une série de phrases courtes avec leur traduction. Écrivez les règles d'expression des nombres un et deux en itonama⁵.

a)	Nik'abi osilo nichĩpa uwu wa'hima osidi chask'a'ne iskwela	Là, il y a deux rivières et une école
b)	Osipu uk'a'ne opi wa'ihna osidi achĩpa upuwe	Il y a un poisson et deux oiseaux
c)	Osipu nak'a'ne ma'ʔi'ru osidi chaschĩpa nikilipi	il y a une banane et deux Calebasses
d)	Nik'abi osilo chichĩpa abite wa'hima osidu nak'a'ne okoni	Là, il y a deux arbres et un canoë
e)	Nik'abi osilo wawachĩpa walele wa'hima osidu nik'a'ne mospiko	Là, il y a deux pots et une corde
f)	Nik'abi osilo uk'a'ne u wa'ihna osidi achĩpa wa.tjaʔ.tyu	Là, il y a un jaguar et deux tarentules
g)	Osipu nik'a'ne tʃajtowi wa'ihna osidi chaschĩpa k'ipala	Là, il y a un intestin et deux œufs
h)	Nik'abi osilo nak'a'ne okoni wa'ihna osidi nichĩpa olele	Là, il y a un canoë et deux herbes.
i)	Osipu uk'a'ne otʃede wa'ihna osidi achĩpa ubara	Il y a un hibou et deux perroquets
j)	Osipu chask'a'ne uku wa'ihna osidi achĩpa wabi'ka	Il y a une maison et deux femmes

Consigne 2: Pourriez-vous essayer d'écrire...?

- Il y a deux coqs (*kopone*) et un canard (*kapi'ki*)
- Là, il y a une canne à sucre (*keteno*) et deux plantains (*mai'ri*)

Consigne 3: Écrivez vos conclusions à propos de l'expression numérique en itonama.

Comme dans quelques autres langues amazoniennes, l'itonama possède des classificateurs numériques descriptifs. Leur façon de compter est intimement liée à leur vision du monde. La compréhension de sa numération passe par celle de son système de classification de l'univers. La géométrie est à la base de l'art de compter.

Activité 4: Maille à partir avec vous-même

Pour terminer, nous sortirons de la forêt amazonienne pour remonter vers l'Amérique centrale, mais tout en restant dans l'univers précolombien. Cette incartade dans la multiplication maya est volontaire, car elle permet de vous confronter à un défi complexe et de vous faciliter la voie vers l'interculturalité cognitive, car cette fois, vous serez confronté-e à trois obstacles simultanément. Il vous faudra donc vous décentrer et inventer un nouveau chemin. Le résultat est donné ($84 \times 69 = 5796$). Ici, le défi est toujours de travailler avec d'autres afin de découvrir quelles techniques ont utilisées les Mayas pour arriver à ce résultat. Les activités 1 et 2 ont déjà dû vous préparer et les trois cadres ci-dessous peuvent vraiment vous aider, car ils représentent les différents moments de l'opération.

Je vous conseille de partir sur une bonne base et de penser que la logique d'autrui est souvent moins arbitraire et donc davantage liée à l'ordre de la nature que la nôtre. Tout comme notre multiplication, celle des Mayas se décompose en deux étapes: la première de multiplications et la seconde d'additions.

NB: Vous pouvez faire toutes les questions que vous voulez aux autres participants et, s'ils n'ont pas la réponse, à votre formateur. Mais ne renoncez pas à chercher!

Après: Quels sont les obstacles que vous avez dépassés pour mener à bien ce défi?

84		69		5796
••••	×	••••	=	••••
••••		••••		••••
		••••		••••

		•••	••••
			•
••••		•••	•••
••••		•••	•••

		••••	
		••••	•

Je ne vous en servirai pas davantage aujourd'hui. Toutes ces pratiques s'inscrivent dans des ateliers d'auto-socioconstruction des savoirs et nous privilégions les recherches en parallèle où les groupes travaillent sur des défis différents et ils vont ensuite expliquer aux autres leurs découvertes et renforcer ainsi leurs apprentissages.

À mon retour en Europe, j'ai pu partager ces pratiques en Belgique et en Roumanie. Elles peuvent apporter bien plus qu'une touche d'exotisme, mais un réel décentrement cognitif pour comprendre la cosmovision de l'Autre, car l'origine des nombres se situe dans les sollicitations de l'environnement et de l'activité humaine. Il s'agit de changer les étiquettes liées par certains aux maths comme celle de la sélection, du contrôle ou de la mystification, pour d'autres plus connectées à des moments de recherche, de découverte et, surtout, de plaisir. Ce type d'atelier nous amène à bouleverser notre confort mental, à voyager dans le temps et dans l'espace et surtout à nous resituer face à l'immense richesse de la diversité culturelle humaine.

Giani Rodari⁶, qui m'a appris à conter, soutenait que les situations énigmatiques où il fallait deviner (induire par l'observation) constituaient la base du raisonnement scientifique. Les défis de la forêt amazonienne et du

Yucatan se situent dans le même registre, celui où l'apprentissage est une vraie découverte, une réjouissance.

Et après?

Pour tous ceux et toutes celles qui souhaiteraient mettre cette proposition en action avec des étudiant·e·s par exemple, je vous propose par simple envoi d'un courriel à pasmontoisy@yahoo.fr de vous faire parvenir tout le matériel préparé pour des groupes, ainsi que «les corrigés» complets de toutes les activités. D'autre part, la technologie étant aujourd'hui à la portée de tous, je serais heureux de répondre à vos doutes sur ces activités. N'hésitez pas à partager vos découvertes ou à demander des indices complémentaires si cela était nécessaire afin de poursuivre ensemble ce travail.

¹ Cifile locale sur la tête.

² Pédagogue belge, fondateur et promoteur d'écoles d'Éducation nouvelle, créateur du chef d'œuvre pédagogique.

³ Institut Plurinational d'Études des langues et cultures de Bolivie.

⁴ Alcide d'Orbigny, naturaliste français qui visita la Bolivie autour de 1830.

⁵ Le tableau reprend des phrases sélectionnées dans le matériel recueilli par Mily Crevels. *Lenguas de Bolivia*, vol. 2 (*Amazonia*), 233–294. La Paz: Plural editores. Crevels, Mily and Pieter Muysken.

⁶ Écrivain, poète et journaliste italien auteur de la *Grammaire de l'imagination – Une introduction à l'art d'inventer des histoires*.



Méthode visuelle de multiplication

L'apprentissage de la multiplication et des tables de multiplication devient un jeu à une ancienne méthode maya.

Cristina Calderón Mejías, Université nationale du Costa Rica; María Marta Camacho Álvarez, Université de Costa Rica; Nicolás de Hidalgo, Mexique / Traduction et adaptation de l'espagnol: Simone Forster

On le sait: les Mayas étaient de bons mathématiciens. Ils avaient développé une méthode pratique pour effectuer les multiplications. Celle-ci ressurgit aujourd'hui et connaît un vif succès. À tel point que de jeunes élèves la présentent sur YouTube. Au Mexique, cette méthode antique, dite visuelle, fut testée il y a quelques années, auprès de mille enfants; 98% d'entre eux apprirent leurs tables de multiplication en trois jours. Quelle est donc cette manière de faire et pourquoi facilite-t-elle tant la tâche des élèves? Des spécialistes de certaines universités d'Amérique latine répondent à cette question.

Pourquoi faire usage d'une méthode ludique?

Une étude colombienne (Botero 2011) révèle que l'intérêt des élèves pour les mathématiques décroît rapidement dès la troisième année de l'école primaire (enfants âgés de 8 à 9 ans). Une raison de cette désaffection pourrait être l'obligation d'apprendre les tables de multiplication par cœur. Cet apprentissage suscite souvent de l'émoi tant chez les enfants que chez leurs parents. Ceux-ci, face à la nécessité des répétitions, s'évertuent à inventer des recettes afin d'alléger cette tâche. La méthode visuelle, avec ses aspects ludiques, s'avère alors précieuse et efficace; elle contribue à détendre l'atmosphère.

La méthode visuelle montre concrètement aux enfants ce qu'est véritablement une multiplication; elle facilite l'apprentissage des tables de multiplication. Manipuler des objets ou dessiner des lignes de couleurs différentes stimule l'intérêt des enfants.

De l'usage de matériaux et de couleurs

La méthode visuelle a pour buts de développer les facultés cognitives des jeunes élèves ainsi que leur motivation et leur habileté. Il convient de faire usage de matériaux simples et concrets comme, par exemple, des petits bâtons, des pailles ou même de la pâte à modeler. Il est important que ces divers matériaux soient de couleurs différentes afin de capter l'attention des enfants et de faciliter leurs apprentissages. La couleur permet, en outre, de différencier les chiffres intervenant dans la

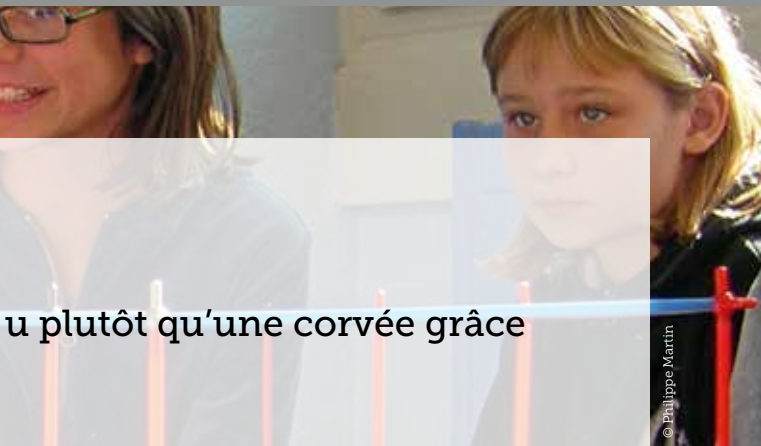
multiplication (multiplicateur et multiplicande). Elle favorise aussi, aux points d'intersection, le comptage des unités, des dizaines et des centaines.

De l'usage fonctionnel des lignes

La méthode visuelle permet de procéder à de simples multiplications, comme celles des tables de multiplication, ainsi qu'à des opérations plus complexes à trois chiffres, par exemple. Chaque chiffre est représenté par des lignes placées de gauche à droite; par exemple, le chiffre 4 implique de placer 4 lignes. Si le nombre est à deux chiffres, il faut prévoir des espaces entre les lignes afin de différencier les dizaines des unités. Des lignes placées transversalement représentent le multiplicateur. Le procédé est toujours le même: décomposer les facteurs de la multiplication en unité, dizaines, etc., et laisser suffisamment d'espaces entre les lignes; compter les points d'intersection afin d'obtenir le résultat.

Les symboles (bâtonnets, pailles, lignes dessinées, etc.) et les couleurs utilisés confèrent à la multiplication précision, cohérence et clarté. Cette combinaison de symboles et de couleurs permet aussi de visualiser et d'approfondir mentalement le principe de la multiplication; elle stimule l'activité cérébrale des enfants en éveillant les concepts préexistants dans leur cerveau. En effet, les élèves ont une intuition avant même que l'on ne leur pose la question: «Combien y-a-t-il de points d'intersection dans cette multiplication?» Ils ont réfléchi à la décomposition des chiffres, dessiné les lignes et visualisé les points d'intersection. Ce processus laisse donc place à la conjecture avant le comptage et la vérification de l'opération.

Les élèves qui pratiquent les multiplications visuelles mobilisent autant leurs facultés intellectuelles qu'émotionnelles. Ils ont à faire preuve de patience et de concentration lorsqu'ils placent les lignes et comptent les points d'intersection. Ces tâches activent les capacités d'anticipation, de raisonnement et de communication. Elles impliquent aussi une certaine maîtrise des émotions: dominer sa nervosité en attendant de savoir si la réponse donnée est la bonne, exprimer sa joie ou sa déception.



u plutôt qu'une corvée grâce

© Philippe Martin

Rica; Patricia Serna González, Université Michoacana, San

Le concept de la multiplication et sa représentation

Dans ce graphique, la colonne de gauche montre la manière habituelle de traiter de la multiplication; celle de droite, la manière visuelle.

Algorithme utilisé	actuellement	Algorithme proposé	Graphiques visuels
$1 \times 1 = 1$		$1 \cdot 1 = 1$	
$3 \times 5 = 15$		$3 \cdot 5 = 15$	

Il suffit donc, répétons-le, de compter les points d'intersection des segments de lignes de couleurs différentes pour déterminer le produit. La colonne de droite fait usage du point (.) plutôt que du x afin d'éviter toute confusion lorsque, arrivés au degré secondaire de leur scolarité, les enfants aborderont l'algèbre. En effet, le x désignant alors l'inconnue.

Multiplication à un ou plusieurs chiffres

Il importe d'appliquer certaines règles afin de placer correctement les lignes (ou les symboles) d'une multiplication à plusieurs chiffres.

1. Toujours prévoir une distance suffisante entre les unités et les dizaines comme nous l'avons déjà mentionné plus haut. Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, le chiffre 24 est représenté par des bâtonnets bleus; afin d'éviter toute confusion dans le comptage, l'espace entre les 4 unités et les 2 dizaines est bien marqué.
2. Des bâtonnets rouges représentent le chiffre 3.
3. Repérez l'endroit où les unités se croisent afin de compter les intersections (en jaune). On observe qu'il y a 12 intersections; il y a donc 12 unités dans le produit (soit 1 dizaine et 2 unités).
4. Repérez l'endroit où les dizaines se croisent afin de compter les intersections (en jaune). On observe qu'il y a 6 intersections; il y a donc 6 dizaines dans le produit auxquelles il faut ajouter une dizaine provenant du décompte des unités.

Algorithme	Représentation visuelle
$3 \times 24 = 72$ $\begin{array}{r} 3 \\ \times 24 \\ \hline 12 \\ + 60 \\ \hline 72 \end{array}$	$3 \cdot 24 = 72$ Comptez les intersections des unités et des dizaines

On peut multiplier à l'envi les exemples d'application de cette méthode, passer de deux à trois chiffres, par exemple. En mathématiques, les exigences vont sans cesse croissant. Lorsque l'enfant maîtrise la multiplication à un chiffre, on peut passer à une multiplication d'un nombre à deux chiffres par un autre nombre à deux chiffres, par exemple. Au fil du temps, les opérations gagnent en complexité, mais la manière de procéder reste toujours la même. Elle nécessite une bonne concentration lorsque les multiplications deviennent plus difficiles.

Bibliographie

Luz Lotero Botero (Alandra Investigación Educativa, Medellín, Colombia), Edgar Andrade Londoño (Alandra Investigación Educativa, Medellín), Luis Andrade Lotero (Indiana University, Bloomington, Estados Unidos): «La crisis de la multiplicación: Una propuesta para la estructuración conceptual». In *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, Vol. 2, No. especial, 38 (2011)

Un concours de math?

«Un concours de math: quelle idée!» diront certain·e·s. Pourtant, qui n'a pas une fois essayé de résoudre un sudoku ou une petite énigme proposée dans un journal... Et on connaît le succès des jeux, en particulier en ligne: le plaisir de se confronter aux autres est largement partagé.

© Philippe Martin

Dominique Le Roy

Personne ne trouve bizarre qu'il y ait des compétitions sportives, et même actuellement des compétitions de e-sports; alors pourquoi pas des concours de mathématiques?

Et si cela pouvait permettre de voir les maths autrement, en proposant des problèmes amusants et variés, plutôt que d'entraîner uniquement des techniques comme cela se fait trop souvent dans l'enseignement des maths?

C'est comme si on se met à jouer des morceaux de musique plutôt que ne faire que des gammes!

Par expérience, proposer des recherches plait aux élèves et varie agréablement les leçons de mathématiques. Devoir mobiliser toutes ses connaissances pour choisir la bonne stratégie est une activité intéressante et utile dans d'autres circonstances.

Pour chacun des concours, les participant·e·s reçoivent des récompenses pour leur implication. Ce qui est toujours un plus pour les petit·e·s élèves.

Pour les écoles, il existe officiellement quatre concours.

Le Championnat International de Jeux Mathématiques et logiques

Ce concours est organisé en Suisse par la FSJM (Fédération Suisse des Jeux Mathématiques).

Il est individuel et s'adresse à toute personne intéressée, depuis le niveau de la 5H pour les enfants (plus jeune, il peut y avoir des difficultés de lecture des énoncés qui empêchent de montrer les vraies compétences mathématiques) jusqu'aux adultes.

À chaque étape, les concurrent·e·s doivent résoudre un certain nombre de problèmes, variant suivant la catégorie (il y a huit catégories) et doivent donner uniquement la ou les solutions du problème: la rédaction ou la démarche ne sont pas du tout évaluées, ce qui est un atout pour les élèves qui ne savent pas expliquer comment ils sont arrivés à la solution.

Une première épreuve de quart de finale a lieu soit dans les écoles qui l'organisent, soit en ligne ou par correspondance après avoir vu les énoncés dans certains

journaux. Puis une épreuve de demi-finale est organisée dans une dizaine de centres en Suisse. La finale suisse a lieu dans un seul centre.

Pour ces étapes, l'utilisation de calculatrice ou d'ordinateur est interdite, il faut donc avoir quelques compétences en calcul.

Les meilleur·e·s de cette finale sont sélectionné·e·s pour aller à la finale internationale qui a eu lieu jusqu'à maintenant à Paris, mais qui, en 2020, aura lieu à Lausanne le 28 et 29 août.

Ce concours convient bien à des personnes aimant se mesurer à des énigmes de diverses natures et qui ont des idées originales de résolution.

Pour les Valaisans, la première épreuve est organisée par le groupe GVJM (voir l'adresse de leur site dans l'encadré page suivante).

LE RMT: Rallye Mathématique Transalpin

Ce concours se passe dans différentes sections qui se trouvent dans cinq pays (Belgique, Luxembourg, France, Italie et Suisse romande).

Il est d'une autre nature puisque c'est un concours qui se pratique par classe, pour la Suisse de la 5H à la 10H: chaque classe reçoit cinq, six ou sept problèmes (suivant la catégorie) à résoudre en groupe. À la fin des cinquante minutes du temps imparti, la classe doit donner une seule solution par problème, mais cette fois, la démarche et les explications sont évaluées et comptent dans le total des points.

L'intérêt est ici double: il y a la résolution de problèmes, l'explication des démarches et la gestion de la classe. Car chaque classe doit se débrouiller seule, sans aucune aide d'un·e enseignant·e. Il est donc très intéressant d'observer comment les élèves s'organisent pour être le plus efficaces possible. Il y a trop de problèmes pour qu'un·e seul·e bon·ne élève les résolve tous.

Ce concours se passe en deux manches, puis quelques classes de chaque catégorie sont sélectionnées pour aller en finale dans un lieu de Suisse romande. Sur le site du Rallye (voir encadré page suivante), vous

Humour: amuse-bouche ou plat principal?

Nicolas Perrin

Plusieurs scientifiques ont été invités à répondre à la question: quel est le produit de 2×2 ? L'ingénieur a sorti sa règle à calcul (un moyen de calcul «ancien» utilisé avant l'ère des calculatrices), la fait glisser vers la droite et vers la gauche jusqu'à obtenir le résultat: 3.99. Le physicien a utilisé les formules appropriées, les a insérées dans son ordinateur et a annoncé que le résultat se situe entre 3,98 et 4,02. Le mathématicien a réfléchi pendant un certain temps, puis a dit: «Je ne connais pas la réponse, mais je peux vous dire qu'elle existe!» Le philosophe sourit en demandant: «Mais qu'entendez-vous par 2×2 ?» Le sociologue a dit: «Je ne sais pas, mais c'était sympa d'en parler.» L'étudiant en médecine a dit: «4». Tous les autres l'ont regardé, étonnés: «Comment le sais-tu?» Et l'élève répondit: «Je m'en suis souvenu...»¹

Hilarant! Enfin, peut-être pas pour chacun.e. Combien de fois me suis-je retrouvé à faire semblant de rire lorsque les autres rient de bon cœur et que je n'ai rien compris... Alors, à quoi bon...? Des résultats de recherche mettent en évidence que les élèves adultes exposé·e·s à des dessins humoristiques obtiennent de meilleurs résultats lors de tests de mathématiques². Il serait ainsi possible de réduire l'anxiété. L'humour est donc un adjuvant potentiellement intéressant.

Mais l'humour peut aussi être alors davantage un amuse-bouche qui, une fois convoqué, permet de passer aux choses sérieuses. Il peut devenir le moteur des apprentissages. Certes, comme le propose Gazit³, «on peut sourire aussi dans une leçon de mathématiques, en l'assaisonnant d'humour et d'anecdotes sans porter atteinte aux droits scolaires». Mais ce n'est peut-être pas exploiter les ressorts de l'humour.

Revenons à notre blague. Pour rire, il faut comprendre. Cela peut alors constituer un défi pour les élèves: à qui arrivera à rire de bon cœur... en s'appuyant sur un chapitre de mathématique, voire sur les ressources auxquelles on peut avoir accès grâce à internet. Gazit, avec la même intention, propose également de développer la créativité en suggérant de demander aux élèves de créer des situations humoristiques en mobilisant leurs acquis en mathématiques. Une autre manière de procéder peut aussi consister à évaluer la qualité de blagues, pour dénicher celles qui sont vraiment drôles⁴. Faire de l'humour un plat principal ne consiste pas seu-

lement à augmenter la quantité. C'est en faire l'apogée d'un repas. Un collègue m'a donné la chance d'assister à la première séance de l'un de ses cours, qui avait pour ambition de mettre en évidence que les mathématiques consistent à raisonner sur des catégories abstraites, à établir des relations entre des objets. Face à des diagrammes d'Euler et en écoutant des titres tirés des hit-parades les plus actuels, les étudiant·e·s raisonnent...

L'humour devient une manière de faire des mathématiques. Il est alors presque un style de vie. Tout comme les mathématiques peuvent devenir un pur plaisir à résoudre des problèmes à plusieurs.

C'est ainsi que j'ai vécu une suite de *private joke* me renvoyant à des conventions, des représentations... Savourer l'humour, c'est avoir la capacité de changer de registre... Ou plutôt, le plaisir d'essayer de changer de registre: la saveur des mathématiques et de l'humour est à n'en pas douter celle d'essayer et d'y prendre plaisir!

¹ Tiré et traduit du site *Mathematical humor*. URL: www.math.utah.edu/~cherk/mathjokes.html#topic4

² Ford, T.E., Ford, B.L., Boxer, C.F., Armstrong, J. (2012). «Effect of humor on state anxiety and math performance». *Humor: International Journal of Humor Research*, 25(1), 59-74

³ Gazit, A. (2018). «Pre-service Mathematics Teachers' Attitude towards Integrating Humor in Math Lessons.» *Israeli Journal of Humor Research*, 3, 27-43.

⁴ Par exemple en allant sur le site https://humour-mathematiques.com/Maths/Math_blagues.html#!/

Sitographie

Champion – <http://championmath.free.fr>

Championmath s'adresse à des élèves de 3H (CP) à 7H (CM 2). Il propose deux entrées par degrés, simple ou difficile, et offre plusieurs exercices variés. Le visuel est sommaire, le contenu pragmatique.

Educlasse – www.educlasse.ch/activites/math

Educlasse propose plusieurs activités pour le secondaire I sur sa page. Ludiques et pratiques, elles sont utilisables facilement en classe. *Le Compté est bon* et la *mémomachine du livret* sont accessibles au cycle 2 - www.educlasse.ch/page.php?th=activites.

Gérard Villemin – <http://villemin.gerard.free.fr/Puzzle/Enigme5.htm>

Le site de ce passionné de mathématiques reprend entre autres l'énigme d'Einstein et la met en relief avec une résolution au moyen d'un intégramme. Il présente également les notions de base par degré scolaire.

Maths et Tiques – <https://maths-et-tiques.fr>

Ce site propose des cours en ligne, des cahiers de vacances, une histoire des mathématiques, des exercices adaptés. Ils s'adressent aux écoliers-ères et étudiant-e-s dès la 8H jusqu'au lycée. Un espace enseignant est disponible. Le page propose un lien vers le site de l'Éducation nationale qui précise les contenus d'enseignement français cycle par cycle - <http://eduscol.education.fr/pid33035/contenus-et-pratiques-d-enseignement.html>.

RTS – <https://www.rts.ch/decouverte/sciences-et-environnement/maths-physique-chimie/maths/4660266-les-maths-c-est-facile-.html>

La page des mathématiques du site RTS Découverte est particulièrement variée et propose des contenus intéressants petit-e-s et grand-e-s. Parmi ceux-ci, il y a un cahier d'exercices mathématiques disponibles en PDF gratuitement. Cet ouvrage est adapté pour les cycles 2 et 3.

Sesamath – www.sesamath.net

Sesamath propose des liens adaptés à la classe, aux élèves ou aux enseignant-e-s. Le lien vers les manuels permet de télécharger les documents au format PDF ou ODT pour tous les degrés de 7H (CM2) au lycée (terminale).

Sesamath Suisse – www.sesamath.ch

Comme pour le site précédent, celui-ci propose des ressources libres. Ces dernières sont cette fois-ci adaptées au Plan d'études romand. Un fichier est proposé en téléchargement. Le contenu est ciblé pour le cycle d'orientation jusqu'à la maturité.

Bib – <http://www.bibmath.net>

Cette page propose des ressources sous forme de résumés, de feuilles d'exercices ou de brevets blancs dès le secondaire jusqu'au niveau universitaire.

Jeux math – www.jeuxmaths.fr/exercices-de-maths-sixieme.html

Cette page interactive permet de travailler de manière ludique de la 3H (CP) au lycée (2e) les notions mathématiques travaillées degré par degré.

Go maths – www.gomaths.ch

Go maths est un site adapté aux programmes de la scolarité obligatoire en Suisse romande. Il est gratuit et ludique. C'est un excellent site au rendu pro.

Learning apps – <https://learningapps.org>

Ce site permet à ses utilisatrices et à ses utilisateurs de créer

des contenus d'enseignement sous forme d'exercices ludiques. Plusieurs modèles existent et sont adaptables selon le contenu choisi. Chacun-e pourra créer ses propres contenus adaptés à ses cours avec un outil performant.

Quelques intégrammes à travailler – <https://brigittepage.files.wordpress.com/2011/10/intc3a9grammes.pdf> <https://brigittepage.files.wordpress.com/2011/10/intc3a9grammescorr.doc>

Ces deux pages proposent plusieurs intégrammes et leur corrigé. Ils permettront à celles et ceux qui le souhaitent de se familiariser avec ce mode spécifique de résolution de casse-tête.

Geogebra – www.geogebra.org

Ce programme en ligne permet de travailler la géométrie en classe à travers la construction d'angles, de bissectrices ou encore de polygones...

Les énigmes

Énigme facile – www.enigme-facile.fr

Ce site propose des énigmes classées par thématiques. Il propose la solution et une compréhension de la logique du rédacteur. Les thèmes sont nombreux et ne s'arrêtent pas qu'aux mathématiques.

Pedagonet – www.pedagonet.com/index-fr.php

Pedagonet présente quatre entrées francophones, dont une consacrée aux énigmes et une consacrée aux maths. Au total, plusieurs centaines d'énigmes sont accessibles avec leur solution.

Un jeu dont vous êtes le héros – www.enigmes.ch

Ce jeu d'énigmes demande de s'authentifier avant d'accéder à son contenu. Ensuite, à travers une histoire dont vous serez le-la protagoniste, vous résoudrez différentes épreuves avec tous les outils que vous jugerez utiles.

Un parcours évolutif – <http://ouverture-facile.com>

Cette page propose deux parcours évolutifs à difficulté croissante à travers un monde d'énigmes, l'un pour les enfants et l'autre pour les adultes. Aucune identification n'est nécessaire pour ce jeu. À réserver aux plus audacieux.

Le cryptage

Décrypter – www.apprendre-en-ligne.net/crypto/menu/index.html

Le site de Didier Müller présente ses travaux en cryptographie et nous emmène dans un monde d'énigmes. Ce passionné propose de découvrir la cryptographie et de partager quelques outils. Il invite ses lectrices et ses lecteurs à résoudre le défi de son livre ou de suivre Tamara Koukouchkina...

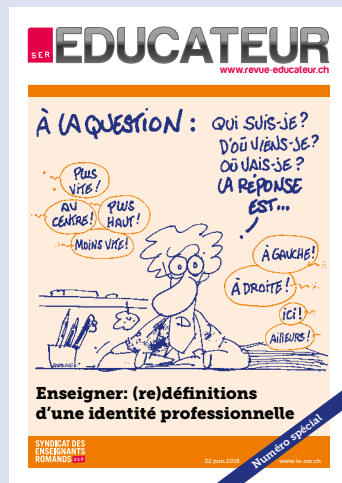
Décodeur – www.dcode.fr

Ce site propose des outils de décryptage. Il permet de casser en quelques secondes un code César et sans connaître la clé de cryptage.

Concours Alkindi – <http://concours-alkindi.fr/#>

Ce concours de cryptographie s'adresse aux collégien-ne-s et lycéen-ne-s. Les versions des années précédentes sont disponibles en ligne. Les enfants, les étudiant-e-s ou les adultes peuvent sélectionner leur orientation de CM1 (6H) jusqu'au lycée (ou encore post-bac) pour s'essayer à cette épreuve.

Les numéros spéciaux sont toujours d'actualité



2018 / Enseigner: (re)définitions d'une identité professionnelle

Quelle enseignante, quel enseignant êtes-vous? Qu'est-ce qui vous construit au quotidien? Vos élèves, vos collègues, votre formation, votre environnement? Quelle place laissez-vous à vos valeurs, à celles qui défendent votre équipe, votre établissement? Quelle importance accordez-vous au regard des autres? Êtes-vous l'enseignante, l'enseignant que vous souhait(i)ez être?



2017 / Une école sur les ailes de l'utopie

L'utopie est une nécessité en éducation pour qui défend des valeurs profondes comme l'éducabilité de tout être humain, la tolérance et la solidarité, la culture de la paix... toutes valeurs qui construisent et défendent les droits de l'Homme et donc de l'Enfant, futur citoyen d'une société toujours en devenir.



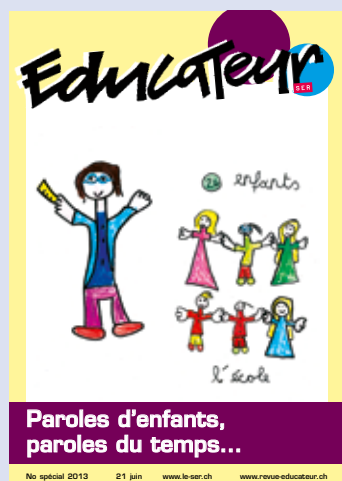
2016 / Les moteurs d'apprentissage

Qu'est-ce qui fait qu'on apprend, un peu, bien, mieux... ou pas? Des données de base – biologiques, psychologiques, sociétales –, en passant par les rouages qu'il s'agit d'assembler, d'équilibrer, d'entretenir, on découvre les carburants les plus efficaces: enthousiasme, curiosité, étonnement, plaisir, passion... Vous connaissez, n'est-ce pas?



2014 / L'école en quête d'efficacité

Vouloir une école efficace... Personne ne peut s'opposer à cette ambition. Mais de quelle efficacité parle-t-on? A l'aune de quels principes l'apprécie-t-on? Quels moyens, de quels types, veut-on privilégier pour l'améliorer? Autant de questions avec une, plus particulièrement, que nous avons posée tous azimuts: c'est quoi, une école efficace?



2013 / Paroles d'enfants, paroles du temps...

Des premiers babillements à discours réfléchi, l'apprentissage de la parole suit un long chemin. Du «tais-toi et écoute!» au «parle-moi, je t'écoute...», le droit à la parole des petits s'est construit peu à peu. Un droit toujours fragile – la partie n'est pas gagnée!



2012 / Les bâtisseurs du siècle de l'enfant. Cent ans de recherches et d'innovations pédagogiques

Le 21 octobre 1912, sous l'impulsion du médecin et psychologue Edouard Claparède, s'ouvre à Genève l'Institut Jean-Jacques Rousseau, devenu au cours du XXe siècle la Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation.

Les numéros spéciaux de l'Éducateur peuvent être commandés au secrétariat de la rédaction, 027 273 58 80, secretariat@revue-educateur.net